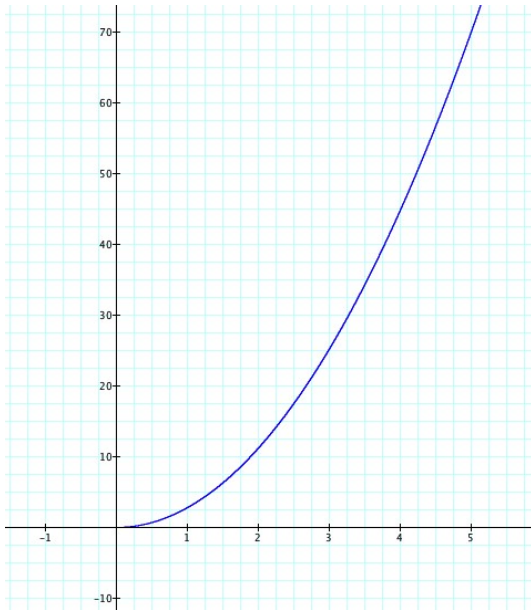


Anwendung der Differenzialrechnung: Weg – Geschwindigkeit – Beschleunigung

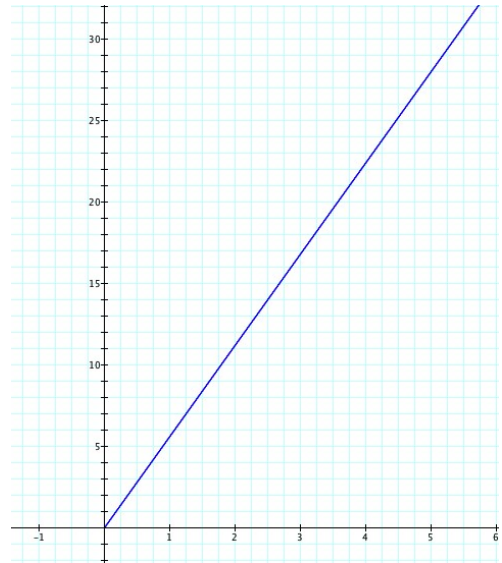
Ein Auto beschleunigt gleichmäßig aus dem Stand und legt dabei eine Strecke s (in Meter) zurück, die mit Hilfe der Funktion $s(t) = 2,8t^2$ (t Zeit in Sekunden) beschrieben werden kann. Bestimmen Sie die Momentangeschwindigkeit $v(t)$ des Autos.

$$v(t) = \dot{s}(t) = 5,6t$$

$s - t$ – Diagramm:



$v - t$ – Diagramm:



Ermittlung der Momentanbeschleunigung a des Autos:

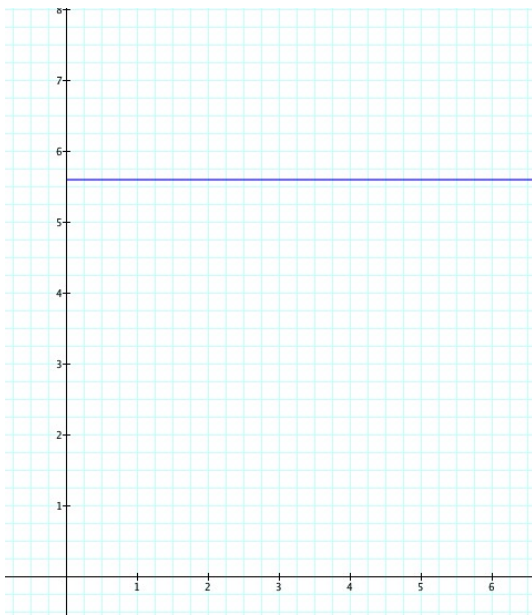
Geschwindigkeit: $v = \frac{s}{t}$ Momentangeschwindigkeit: $\lim_{t \rightarrow t_0} \frac{s(t) - s(t_0)}{t - t_0} = \dot{s}(t_0)$

Beschleunigung: $a = \frac{v}{t}$ Momentanbeschleunigung: $\lim_{t \rightarrow t_0} \frac{v(t) - v(t_0)}{t - t_0} = \dot{v}(t_0)$

Es gilt: $a(t) = \dot{v}(t) = \ddot{s}(t)$

In unserem Beispiel: $a(t) = 5,6$

a – t – Diagramm:



Aufgaben:

1. Ein Auto mit einer Anfangsgeschwindigkeit wird gleichmäßig beschleunigt.
Die zurückgelegte Strecke s kann mit Hilfe der Funktion $s(t) = 5t + 1,2t^2$ beschrieben werden.
 - a) Berechnen Sie die zurückgelegte Strecke nach sechs Sekunden.
 - b) Ermitteln Sie, wie lange das Auto fährt, bis es 100 m zurückgelegt hat.
 - c) Bestimmen Sie die Anfangsgeschwindigkeit sowie die Geschwindigkeit nach 100 m.
 - d) Berechnen Sie die Beschleunigung $a(t)$ des Autos.

2. Interpretieren Sie das folgende $v - t -$ Diagramm.



Lösungen:

$$1a) s(6) = 5 \cdot 6 + 1,2 \cdot 6^2 = 73,2 \text{ m}$$

$$1b) 5t + 1,2t^2 = 100 \Rightarrow 1,2t^2 + 5t - 100 = 0$$

$$\Rightarrow t_{1/2} = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 4 \cdot 1,2 \cdot (-100)}}{2,4} = \frac{-5 \pm \sqrt{505}}{2,4} \approx \frac{-5 \pm 22,47}{2,4}$$

$$\Rightarrow t_1 \approx 7,28 \quad (t_2 \approx -11,45) \notin D$$

$$1c) v(t) = \dot{s}(t) = 5 + 2,4t$$

$$v(0) = 5 \frac{m}{sec} \quad v(7,28) = 22,47 \frac{m}{sec}$$

$$1d) a(t) = \dot{v}(t) = 2,4 \frac{m}{sec^2}$$

2. Ein Auto beschleunigt gleichmäßig in den ersten vier Sekunden bis auf 12 m/sec. Dann fährt das Auto fünf Sekunden lang mit gleich bleibender Geschwindigkeit von 12 m/sec. Danach wird das Auto gleichmäßig abgebremst bis es nach 15 Sekunden zum Stehen kommt.

Zusatz:

Die Strecke kann man im $v - t$ - Diagramm als Fläche unter dem Graphen ablesen.

Das Auto legt also in den ersten vier Sekunden eine Strecke von $s = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 4 = 24 \text{ m}$

zurück, zwischen vier und neun Sekunden legt das Auto eine Strecke von $s = 12 \cdot 5 = 60 \text{ m}$ und zwischen neun und fünfzehn Sekunden eine Strecke von

$s = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 6 = 36 \text{ m}$ zurück. Insgesamt legt das Auto also eine Strecke von 120 m zurück.