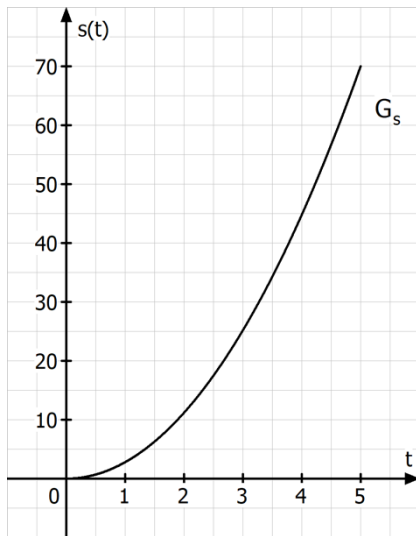


### Anwendung der Differenzialrechnung: Weg – Geschwindigkeit – Beschleunigung

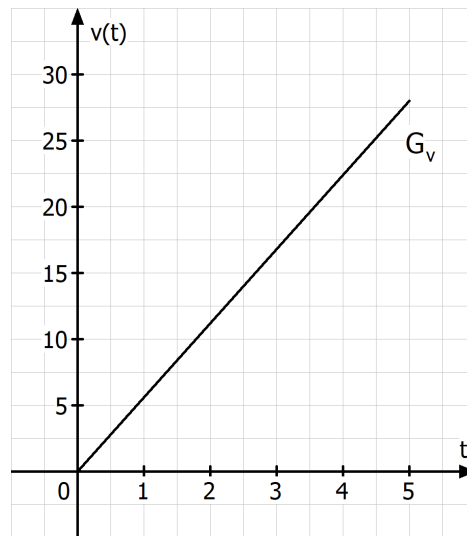
Ein Auto beschleunigt gleichmäßig aus dem Stand und legt dabei eine Strecke  $s$  (in Meter) zurück, die mit Hilfe der Funktion  $s(t) = 2,8t^2$  ( $t$  Zeit in Sekunden) beschrieben werden kann. Bestimmen Sie die Momentangeschwindigkeit  $v(t)$  des Autos.

$$v(t) = \dot{s}(t) = 5,6t$$

$s - t$  – Diagramm:



$v - t$  – Diagramm:



Ermittlung der Momentanbeschleunigung  $a(t)$  des Autos:

Geschwindigkeit:  $v = \frac{s}{t}$

Momentangeschwindigkeit:  $\lim_{x \rightarrow t_0} \frac{s(t) - s(t_0)}{t - t_0} = \dot{s}(t_0)$

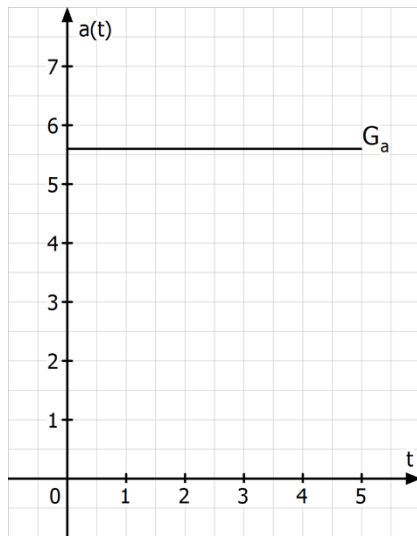
Beschleunigung:  $a = \frac{v}{t}$

Momentanbeschleunigung:  $\lim_{x \rightarrow t_0} \frac{v(t) - v(t_0)}{t - t_0} = \dot{v}(t_0)$

Es gilt:  $a(t) = \dot{v}(t) = \ddot{s}(t)$

In unserem Beispiel:  $a(t) = 5,6$

a – t – Diagramm:



Aufgaben:

1.0 Ein Auto mit einer Anfangsgeschwindigkeit wird gleichmäßig beschleunigt.

Die zurückgelegte Strecke  $s$  kann mit Hilfe der Funktion  $s(t) = 5t + 1,2t^2$  beschrieben werden.

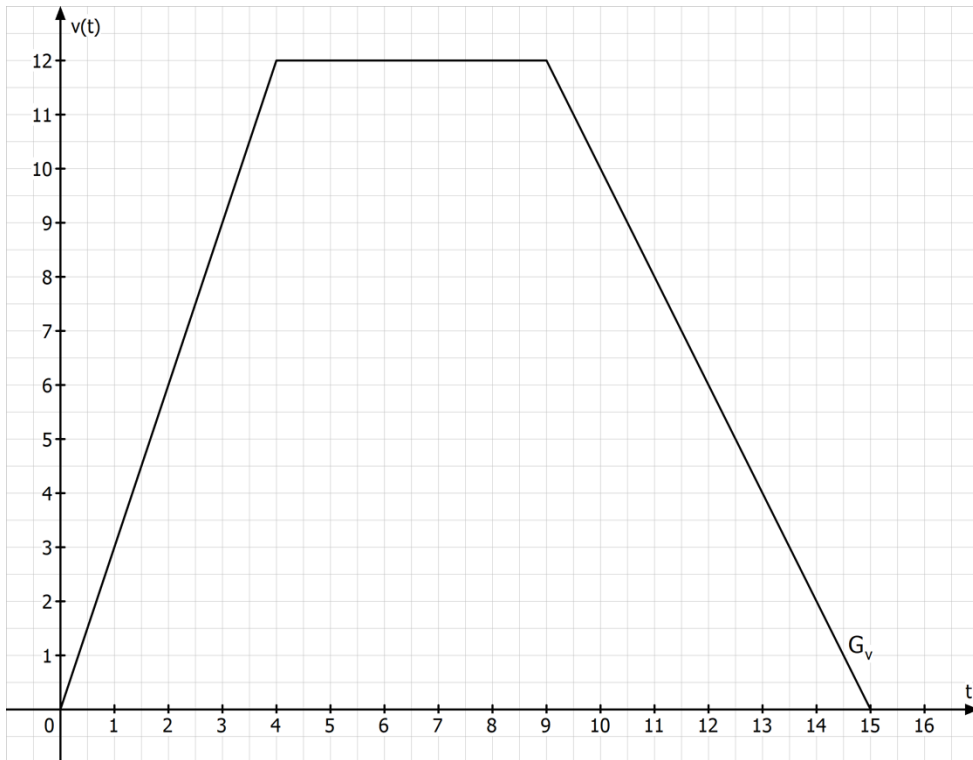
1.1 Berechnen Sie die zurückgelegte Strecke nach sechs Sekunden.

1.2 Ermitteln Sie, wie lange das Auto fährt, bis es 100 m zurückgelegt hat.

1.3 Bestimmen Sie die Anfangsgeschwindigkeit sowie die Geschwindigkeit nach 100 m.

1.4 Berechnen Sie die Beschleunigung  $a(t)$  des Autos.

2 Interpretieren Sie das folgende  $v - t -$  Diagramm.



Lösungen:

1.1  $s(6) = 5 \cdot 6 + 1,2 \cdot 6^2 = 73,2 \text{ m}$

1.2  $5t + 1,2t^2 = 100 \Rightarrow 1,2t^2 + 5t - 100 = 0$

$$\Rightarrow t_{1/2} = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 4 \cdot 1,2 \cdot (-100)}}{2,4} = \frac{-5 \pm \sqrt{505}}{2,4} \approx \frac{-5 \pm 22,47}{2,4}$$

$\Rightarrow t_1 \approx 7,28 \quad (t_2 \approx -11,45) \notin D$

1.3  $v(t) = \dot{s}(t) = 5 + 2,4t$

$$v(0) = 5 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad v(7,28) = 22,47 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$$

1.4  $a(t) = \dot{v}(t) = 2,4 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$

2 Ein Auto beschleunigt gleichmäßig in den ersten vier Sekunden bis auf 12 m/sec. Dann fährt das Auto fünf Sekunden lang mit gleich bleibender Geschwindigkeit von 12 m/sec. Danach wird das Auto gleichmäßig abgebremst bis es nach 15 Sekunden zum Stehen kommt.

Zusatz:

Die Strecke kann man im  $v - t$  - Diagramm als Fläche unter dem Graphen ablesen.

Das Auto legt also in den ersten vier Sekunden eine Strecke von  $s = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 4 = 24 \text{ m}$

zurück, zwischen vier und neun Sekunden legt das Auto eine Strecke von  $s = 12 \cdot 5 = 60 \text{ m}$  und zwischen neun und fünfzehn Sekunden eine Strecke von

$s = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 6 = 36$  m zurück. Insgesamt legt das Auto also eine Strecke von 120 m zurück.