Aufgaben zur Verknüpfung von Ereignissen

1.0 Unter den Teilnehmern eines Mehrkampfsportfestes werden unter anderem folgende Gruppen unterschieden:
L: „Der Teilnehmer betreibt eine Laufdisziplin."
W: „Der Teilnehmer betreibt eine Wurfdisziplin."
Veranschaulichen Sie das Ereignis E in einem Venn-Diagramm und beschreiben Sie es in Worten.

1.1 $E_1 = \overline{L} \cup \overline{W}$

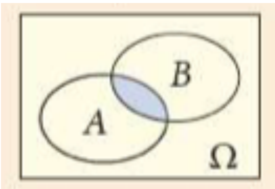
1.2 $E_2 = L \setminus W$

1.3 $E_3 = W \setminus \overline{L}$

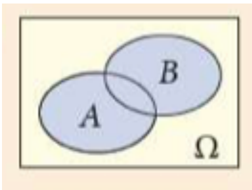
1.4 $E_4 = (L \cap W) \cup (\overline{L} \cap W)$

2.0 Geben Sie das blau schattierte Ergebnis (Teilmenge von Ω) in formaler Schreibweise an.

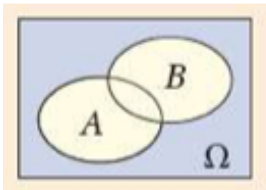
2.1



2.2



2.3



3.0 Stellen Sie beim einmaligen Würfeln die folgenden Ereignisse als Mengen dar.
Geben Sie diese dazu zunächst als Vereinigung bzw. Schnitt zweier Mengen an.

3.1 „Es tritt eine ungerade Zahl oder eine Zahl größer als 3 ein."

3.2 „Es wird eine gerade Augenzahl geworfen, die kleiner als 5 ist."

3.3 „Es wird eine Primzahl geworfen, die größer als 5 ist."

4.0 In einer Urne befinden sich eine blaue Kugel mit der Aufschrift 1, eine grüne mit der Aufschrift 2 sowie zwei rote mit den Aufschriften 3 bzw. 4. Es wird zweimal ohne Zurücklegen gezogen.

4.1 Erstellen Sie ein passendes Baumdiagramm, geben Sie den feinsten Ergebnisraum und dessen Mächtigkeit an.

4.2 Geben Sie die aufgelisteten Ereignisse A bis G in aufzählender Mengenschreibweise an:
A: „Es wird mindestens eine rote Kugel gezogen."
B: „Die Summe der beiden gezogenen Ziffern ist mindestens 6."
C: „Die letzte gezogene Ziffer ist größer als die vorherige."
D: „Die zweite gezogene Kugel ist blau."

$E = A \cap B \qquad F = B \cup C \qquad G = \overline{C \cap D}$

5.0 Susi berichtet ihren Freundinnen, dass in dem Hort, in dem sie ihr Praktikum macht, noch einige der Kinder an das Christkind (C) bzw. an den Osterhasen (O) glauben.
Stellen Sie die folgenden Ereignisse in einem Venn-Diagramm dar und beschreiben Sie sie möglichst einfach in Worten. Verwenden Sie soweit möglich die Gesetze von De Morgan.

5.1 $A = O \cup \overline{C}$

5.2 $B = C \cap \overline{O}$

5.3 $D = \overline{O} \cup \overline{C}$

6.0 Bei einem Würfelspiel wird mit zwei unterscheidbaren 6-seitigen Würfeln gewürfelt.

6.1 Geben Sie den Ergebnisraum Ω an.

6.2 Geben Sie die folgenden Ereignisse in Mengenschreibweise an.
E_1: „Die Augensumme der gewürfelten Zahlen ist kleiner als 5."
E_2: „Die Augensumme der gewürfelten Zahlen ist 12."
E_3: „Das Produkt der beiden Zahlen ist 12."

6.3 Geben Sie ein unmögliches Ereignis in Worten an.

6.4 Beschreiben Sie ein sicheres Ereignis in Worten.

7.0 Bei einer Untersuchung werden die Blutwerte der Patienten auf Eisen und Glukose getestet.
Stellen Sie die Aussagen 7.1 bis 7.4 mithilfe der folgenden Ereignisse dar.
A: „Der Patient besitzt niedrige Eisenwerte."
B: „Der Patient besitzt hohe Glukosewerte."

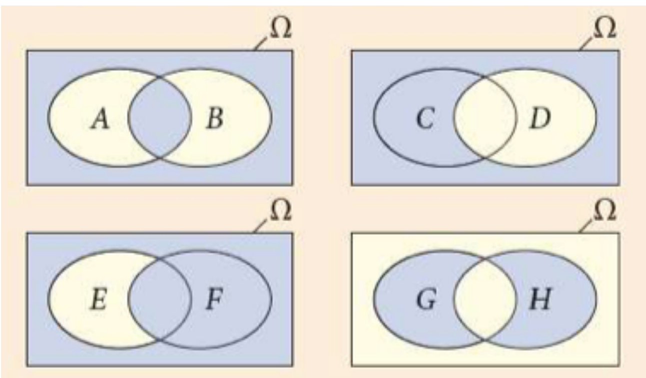
7.1 „Der Patient besitzt niedrige Eisenwerte und hohe Glukosewerte."

7.2 „Der Patient besitzt niedrige Eisenwerte oder hohe Glukosewerte."

7.3 „Der Patient besitzt keinen niedrigen Eisenwert."

7.4 „Der Patient besitzt niedrige Eisenwerte, aber keine hohen Glukosewerte."

8 Gegeben sind die folgenden vier Venn-Diagramme.
Beschreiben Sie die blau markierten Bereiche in möglichst einfacher Mengenschreibweise.



9 A und B sind zwei beliebige (vereinbare) Ereignisse von Ω.
Kennzeichnen Sie in einem geeigneten Venn-Diagramm die folgenden Verknüpfungen.
$\overline{B}, A \cup B, A \cap \overline{B}, \overline{A \cap B}, \overline{A \cup B}, \overline{\overline{A} \cap \overline{B}}$

10.0 A und B sind zwei beliebige Ereignisse aus Ω.
Nehmen Sie Stellung zu folgenden Aussagen.

10.1 Tritt A ein, so tritt auch $\overline{A}$ ein.

10.2 Tritt A ein, B nicht, so tritt $A \cap B$ ein.

10.3 Tritt A ein, B nicht, so tritt $A \cup B$ ein.

10.4 Tritt A ein, B nicht, so tritt $A \cap \overline{B}$ ein.

10.5 Tritt $A \cap B$ ein, so tritt auch A ein.

10.6 Tritt $A \cup B$ ein, so tritt $\overline{A}$ nie ein.

11.0 Michaela, Svenja und Nikolas sind die letzten drei Kandidaten für die Wahl des 1. bzw. 2. Klassensprechers. Die Klassensprecherwahl wird als Zufallsexperiment betrachtet.

11.1 Stellen Sie die möglichen Ausgänge in einem Baumdiagramm dar, geben Sie auch den feinsten Ergebnisraum sowie dessen Mächtigkeit an.

11.2 Geben Sie die folgenden Ereignisse in aufzählender Mengenschreibweise an, beschreiben Sie die Ereignisse F und G auch in Worten:
A: „Michaela ist erste Klassensprecherin."
B: „Michaela gehört nicht zu den Klassensprechern."
C: „Svenja oder Michaela sind Klassensprecher."
D: „Nikolas ist einer der Klassensprecher."
E: „Die Klassensprecher sind verschiedengeschlechtlich."
$F = \overline{A \cup C}$
$G = \overline{\overline{A} \cup D}$

12.0 Auf dem Weg mit dem Fahrrad zur Schule muss Peter drei Ampelkreuzungen passieren.
Unterscheiden Sie die Ampelzustände: ro, ge, gr.
Das Überqueren der Ampeln wird als Zufallsexperiment aufgefasst.

12.1 Stellen Sie das Zufallsexperiment in einem Baumdiagramm dar und geben Sie den feinsten Ergebnisraum an.

12.2 Geben Sie eine Vergröberung des Ergebnisraumes an.

12.3 Geben Sie die folgenden Ereignisse in aufzählender Mengenschreibweise an (bezogen auf den feinsten Ergebnisraum).
A: „Peter muss genau einmal stehen bleiben."
B: „Peter hat mindestens eine gelbe Ampel."
C: „Peter hat weniger grüne Ampeln als rote auf seinem Weg."
D: „Peter kann durchfahren."

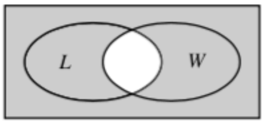
12.4 Geben Sie zwei neue Ereignisse (in Worten und in aufzählender Mengenschreibweise) an, deren Schnittmenge $\{(\text{ro;gr;ro})\}$ ist.

Lösungen

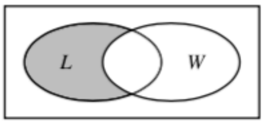
1)

$E_1 = \overline{L} \cup \overline{W} = \overline{L \cap W}$

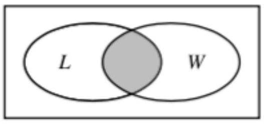
E_1: „Alle Teilnehmer, nur nicht die, die beide Disziplinen betreiben“



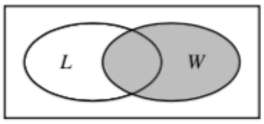
E_2: „Teilnehmer, die nur eine Laufdisziplin betreiben“



E_3: „Teilnehmer, die beide Disziplinen betreiben“



E_4: „Teilnehmer, die eine Wurfdisziplin betreiben“



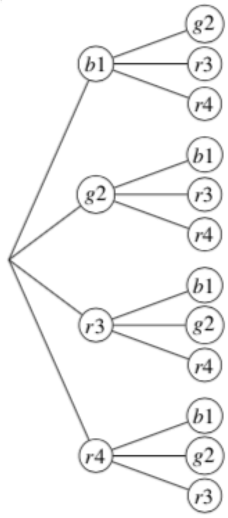
2.1 $A \cap B$ 2.2 $A \cup B$ 2.3 $\overline{A \cup B}$

3.1 $A = \{1;3;5\}$ $B = \{4;5;6\}$ $A \cup B = \{1;3;4;5;6\}$

3.2 $A = \{2;4;6\}$ $B = \{1;2;3;4\}$ $A \cap B = \{2;4\}$

3.3 $A = \{2;3;5\}$ $B = \{6\}$ $A \cap B = \{\ \}$

4.1



ω	A	B	C	D
$\{(b1;\, g2)\}$			•	
$\{(b1;\, r3)\}$	•		•	
$\{(b1;\, r4)\}$	•		•	
$\{(g2;\, b1)\}$				•
$\{(g2;\, r3)\}$	•		•	
$\{(g2;\, r4)\}$	•	•	•	
$\{(r3;\, b1)\}$	•			•
$\{(r3;\, g2)\}$	•			
$\{(r3;\, r4)\}$	•	•	•	
$\{(r4;\, b1)\}$	•			•
$\{(r4;\, g2)\}$	•	•		
$\{(r4;\, r3)\}$	•	•		

$\Omega = \{(1;\,2);\ (1;\,3);\ (1;\,4);\ (2;\,1);\ (2;\,3);\ (2;\,4);\ (3;\,1);\ (3;\,2);\ (3;\,4);\ (4;\,1);\ (4;\,2);\ (4;\,3)\}$

$|\Omega| = 12$

4.2

$A = \{b1r3, b1r4, g2r3, g2r4, r3b1, r3g2, r3r4, r4b1, r4g2, r4r3\}$

$B = \{g2r4, r3r4, r4g2, r4r3\}$

$C = \{b1g2, b1r3, b1r4, g2r3, g2r4, r3r4\}$

$D = \{g2b1, r3b1, r4b1\}$

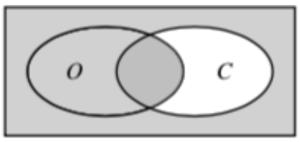
$E = \{g2r4, r3r4, r4g2, r4r3\}$

$F = \{b1g2, b1r3, b1r4, g2r3, g2r4, r3r4, r4g2, r4r3\}$

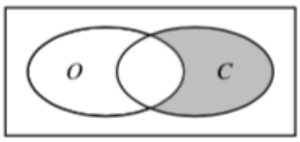
$G = \Omega$

5)

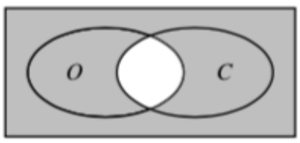
A: „Alle Kinder, mit Ausnahme derer, die nur noch an das Christkind glauben."



B: „Kinder, die an das Christkind glauben, aber nicht an den Osterhasen."



C: „Kinder, die höchstens an einen der beiden glauben."



6.1 $\Omega = \{11,12,13,14,15,16,21,22,23,24,25,26,....,61,62,63,64,65,66\}$

6.2

$E_1 = \{11,12,13,21,22,31\}$

$E_2 = \{66\}$

$E_3 = \{26,34,43,62\}$

6.3 „Die Summe der Augenzahlen beträgt 1."

6.4 „Die Summe der Augenzahlen ist größer als 1."

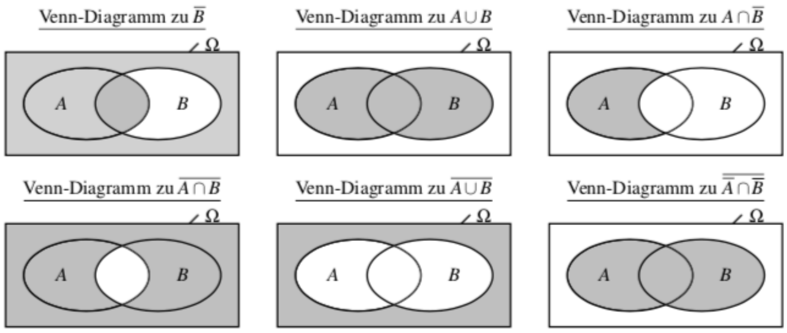
7.1 $A \cap B$ 7.2 $A \cup B$ 7.3 $\overline{A}$ 7.4 $A \cap \overline{B}$

8)

$(\overline{A \cup B}) \cup (A \cap B)$ $\overline{D}$

$\overline{E} \cup (E \cap F)$ $(G \cap \overline{H}) \cup (\overline{G} \cap H)$

9)



(... da $\overline{\overline{A} \cap \overline{B}} = A \cup B$)

10.1 Falsch. Ereignis und Gegenereignis können nicht gleichzeitig eintreten.

10.2 Falsch. Damit $A \cap B$ eintritt, müssen beide Ereignisse eintreten.

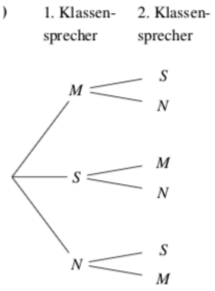
10.3 Wahr. Damit $A \cup B$ eintritt, reicht es aus, dass eines der Ereignisse A oder B eintritt.

10.4 Wahr. Wenn B nicht eintritt, dann tritt $\overline{B}$ ein und somit auch $A \cap \overline{B}$.

10.5 Wahr. Wenn $A \cap B$ eintritt, treten sowohl A als auch B ein.

10.6 Falsch. Aussage gilt nicht immer. Tritt beispielsweise $B \setminus A$ ein, dann treten sowohl $A \cup B$ als auch $\overline{A}$ ein ($B \setminus A = B \cap \overline{A} = (A \cup B) \cap \overline{A}$).

11.1



ω	A	B	C	D	E	F	G
$(M; S)$	•		•				•
$(M; N)$	•		•	•	•		
$(S; M)$			•				
$(S; N)$		•	•	•	•		
$(N; S)$		•	•	•	•		
$(N; M)$			•	•	•		

$\Omega = \{(M; S); (M; N); (S; M); (S; N); (N; S); (N; M)\}$

$|\Omega| = 6$

11.2

$A = \{MS, MN\}$

$B = \{SN, NS\}$

$C = \{MS, MN, SM, SN, NS, NM\}$

$D = \{MN, SN, NS, NM\}$

$E = \{MN, NS, NM\}$

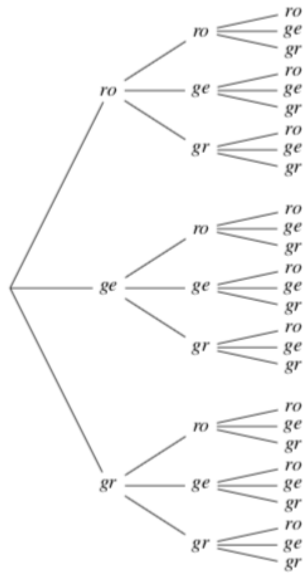
$F = \overline{A} \cap \overline{C} = \{\ \}$

F: Michaela ist nicht erste Klassensprecherin und Svenja oder Michaela sind nicht Klassensprecher.

$G = A \cap \overline{D} = \{MS\}$

G: Michaela ist erste Klassensprecherin und Nikolas ist keiner der Klassensprecher.

12.1



$$\Omega=\left\{\begin{array}{l}\text{rororo,roroge,rorogr,rogero,rogege,rogegr,rogrro,rogrge,rogrgr,}\\ \text{geroro,geroge,gerogr,gegero,gegege,gegegr,gegrro,gegrge,gegrgr,}\\ \text{grroro,grroge,grrogr,grgero,grgege,grgegr,grgrro,grgrge,grgrgr}\end{array}\right\}$$

12.2 Zum Beispiel $\Omega=\{\text{Peter kann durchfahren; Peter muss mindestens einmal stehen bleiben}\}$

12.3

$$A=\{\text{rogege,rogegr,rogrge,rogrgr,geroge,gerogr,gegero,gegrro,grroge,grrogr,grgero,grgrro}\}$$

$$B=\left\{\begin{array}{l}\text{roroge,rogero,rogege,rogegr,rogrge,geroro,geroge,gerogr,gegero,gegege,gegegr,gegrro,}\\ \text{gegrge,gegrgr,grroge,grgero,grgege,grgegr,grgrge}\end{array}\right\}$$

$$C=\{\text{rororo,roroge,rorogr,rogero,rogege,rogrro,geroro,geroge,gegero,grroro}\}$$

$$D=\{\text{gegege,gegegr,gegrge,gegrgr,grgege,grgegr,grgrge,grgrgr}\}$$

12.4 F: „Peter muss an der ersten und der dritten Ampel stehen bleiben.“
G: „Peter hat an der zweiten Ampel grün.“