

## Aufgaben zu Ableitung und Integral der e-Funktion

1. Bilden Sie von folgenden Funktionen jeweils die 1. Ableitung.

a)  $f(x) = e^{5x}$

b)  $f(x) = x^2 - e^{-2x}$

c)  $f(x) = e^{-(1+3x)}$

d)  $f(x) = 1 - 2e^x$

e)  $f(x) = e^{2x^2-4}$

f)  $f(x) = x^2 e^x$

g)  $f(x) = \frac{e^{-x}}{x^2}$

h)  $f(x) = \frac{e^{3x}}{1+2x}$

i)  $f(x) = \frac{xe^x}{1+e^x}$

j)  $f(x) = \frac{1+x^2}{1-e^{-x}}$

2. Geben Sie zu folgenden Funktionen jeweils eine Stammfunktion an.

a)  $f(x) = e^{2x}$

b)  $f(x) = e^{1-2x}$

c)  $f(x) = 2 \cdot e^{5x+1}$

d)  $f(x) = \frac{2}{(e^x)^2}$

e)  $f(x) = 1 - e^{2-x}$

f)  $f(x) = e^x + e^{-x}$

g)  $f(x) = x^2 + e^{-2x}$

h)  $f(x) = \frac{2}{e^x}$

i)  $f(x) = \frac{e^x}{(1-e^x)^2}$

3. Berechnen Sie das bestimmte Integral.

a)  $\int_2^1 3e^{2x} dx$

b)  $\int_2^0 (e^x + e^{3x+1}) dx$

c)  $\int_2^{\ln 2} (1-e^x)^2 dx$

## Lösungen

1a)  $f'(x) = e^{5x} \cdot 5$

b)  $f'(x) = 2x + 2e^{-2x}$

c)  $f'(x) = -3e^{-(1+3x)}$

d)  $f'(x) = -2e^x$

e)  $f'(x) = e^{2x^2-4} \cdot 4x$

f)  $f'(x) = e^x \cdot (2x + x^2)$

g)  $f'(x) = \frac{xe^{-x}(-x-2)}{x^4}$

h)  $f'(x) = \frac{e^{3x}(1+6x)}{(1+2x)^2}$

i)  $f'(x) = \frac{e^x(1+e^x+x)}{(1+e^x)^2}$

j)  $f'(x) = \frac{2x(1-e^{-x}) - (1+x^2)(e^{-x})}{(1-e^{-x})^2}$

2a)  $F(x) = \frac{1}{2} \cdot e^{2x} + C$

b)  $F(x) = -\frac{1}{2} \cdot e^{1-2x} + C$

c)  $F(x) = \frac{2}{5} \cdot e^{5x+1} + C$

d)  $f(x) = 2 \cdot e^{-2x} \Rightarrow F(x) = -e^{-2x} + C$

e)  $F(x) = x + e^{2-x} + C$

f)  $F(x) = e^x - e^{-x} + C$

g)  $F(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}e^{-2x} + C$

h)  $f(x) = 2e^{-x} \Rightarrow F(x) = -2e^{-x} + C$

i)  $f(x) = e^x \cdot (1-e^x)^{-2} \Rightarrow F(x) = (1-e^x)^{-1} + C$

3a)  $\left[ \frac{3}{2}e^{2x} \right]_2^1 = \frac{3}{2}e^2 - \frac{3}{2}e^4 \approx -70,81$

3b)  $\left[ e^x + \frac{1}{3}e^{3x+1} \right]_2^0 = (e^0 + \frac{1}{3}e) - (e^2 + \frac{1}{3}e^7) \approx 1,91 - 372,93 \approx -371,02$

3c)

$$\int_2^{\ln 2} (1 - 2e^x + e^{2x}) dx = \left[ x - 2e^x + \frac{1}{2}e^{2x} \right]_2^{\ln 2} = (\ln 2 - 2e^{\ln 2} + \frac{1}{2}e^{2\ln 2}) - (2 - 2e^2 + \frac{1}{2}e^4)$$
$$= (\ln 2 - 4 + 2) - (2 - 2e^2 + \frac{1}{2}e^4) = \ln 2 + 2e^2 - \frac{1}{2}e^4 - 4 \approx -15,83$$