# Aufgaben zu Ableitung und Integral der e-Funktion

1. Bilden Sie von folgenden Funktionen jeweils die 1. Ableitung.

a) $f(x)=e^{5x}$  b) $f(x)=x^2-e^{-2x}$  c) $f(x)=e^{-(1+3x)}$

d) $f(x)=1-2e^x$  e) $f(x)=e^{2x^2-4}$  f) $f(x)=x^2e^x$

g) $f(x)=\dfrac{e^{-x}}{x^2}$  h) $f(x)=\dfrac{e^{3x}}{1+2x}$  i) $f(x)=\dfrac{xe^x}{1+e^x}$

j) $f(x)=\dfrac{1+x^2}{1-e^{-x}}$

2. Geben Sie zu folgenden Funktionen jeweils eine Stammfunktion an.

a) $f(x)=e^{2x}$  b) $f(x)=e^{1-2x}$  c) $f(x)=2\cdot e^{5x+1}$

d) $f(x)=\dfrac{2}{(e^x)^2}$  e) $f(x)=1-e^{2-x}$  f) $f(x)=e^x+e^{-x}$

g) $f(x)=x^2+e^{-2x}$  h) $f(x)=\dfrac{2}{e^x}$  i) $f(x)=\dfrac{e^x}{(1-e^x)^2}$

3. Berechnen Sie das bestimmte Integral.

a) $\int_2^1 3e^{2x}dx$  b) $\int_2^0 (e^x+e^{3x+1})dx$  c) $\int_2^{\ln 2}(1-e^x)^2dx$

# Lösungen

1a) $f'(x) = e^{5x} \cdot 5$  b) $f'(x) = 2x + 2e^{-2x}$  c) $f'(x) = -3e^{-(1+3x)}$

d) $f'(x) = -2e^{x}$  e) $f'(x) = e^{2x^2-4} \cdot 4x$  f) $f'(x) = e^{x} \cdot (2x + x^2)$

g) $f'(x) = \dfrac{xe^{-x}(-x-2)}{x^4}$  h) $f'(x) = \dfrac{e^{3x}(1+6x)}{(1+2x)^2}$  i) $f'(x) = \dfrac{e^{x}(1+e^{x}+x)}{(1+e^{x})^2}$

j) $f'(x) = \dfrac{2x(1-e^{-x}) - (1+x^2)(e^{-x})}{(1-e^{-x})^2}$

2a) $F(x) = \dfrac{1}{2} \cdot e^{2x} + C$  b) $F(x) = -\dfrac{1}{2} \cdot e^{1-2x} + C$  c) $F(x) = \dfrac{2}{5} \cdot e^{5x+1} + C$

d) $f(x) = 2 \cdot e^{-2x} \quad \Rightarrow F(x) = -e^{-2x} + C$

e) $F(x) = x + e^{2-x} + C$  f) $F(x) = e^{x} - e^{-x} + C$  g) $F(x) = \dfrac{1}{3}x^3 - \dfrac{1}{2}e^{-2x} + C$

h) $f(x) = 2e^{-x} \quad \Rightarrow F(x) = -2e^{-x} + C$

i) $f(x) = e^{x} \cdot (1-e^{x})^{-2} \quad \Rightarrow F(x) = (1-e^{x})^{-1} + C$

3a) $\left[\dfrac{3}{2}e^{2x}\right]_2^1 = \dfrac{3}{2}e^2 - \dfrac{3}{2}e^4 \approx -70,81$

3b) $\left[e^{x} + \dfrac{1}{3}e^{3x+1}\right]_2^0 = (e^0 + \dfrac{1}{3}e) - (e^2 + \dfrac{1}{3}e^7) \approx 1,91 - 372,93 \approx -371,02$

3c)

$$\int_2^{\ln 2}(1-2e^{x}+e^{2x})dx = \left[x - 2e^{x} + \frac{1}{2}e^{2x}\right]_2^{\ln 2} = (\ln 2 - 2e^{\ln 2} + \frac{1}{2}e^{2\ln 2}) - (2 - 2e^2 + \frac{1}{2}e^4)$$

$$= (\ln 2 - 4 + 2) - (2 - 2e^2 + \frac{1}{2}e^4) = \ln 2 + 2e^2 - \frac{1}{2}e^4 - 4 \approx -15,83$$