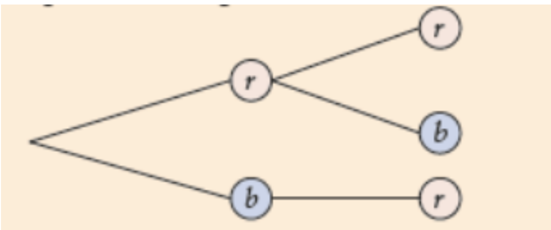
Aufgaben zu Ergebnis, Ergebnisraum und Ereignis

1.0 Eine Urne enthält zwei rote und eine blaue Kugel. Es werden nacheinander zwei Kugeln gezogen.
Zugehöriges Baumdiagramm:



1.1 Wurde bei diesem Zufallsexperiment mit oder ohne Zurücklegen gezogen ? Begründen Sie.

1.2 Erweitern Sie das Baumdiagramm für den Fall, dass dreimal gezogen wird (jeweils mit bzw. ohne Zurücklegen).

1.3.0 Erstellen Sie ein neues Baumdiagramm für folgendes Zufallsexperiment:
Es wird zweimal ohne Zurücklegen gezogen, allerdings wird nach dem ersten Zug eine grüne Kugel zusätzlich in die Urne gegeben.

1.3.1 Geben Sie den feinsten Ergebnisraum Ω an.

1.3.2 Geben Sie die folgenden Ereignisse in aufzählender Mengenschreibweise an:
E_1: „Es wurde auch eine grüne Kugel gezogen.“
E_2: „Gezogene Kugeln sind gleichfarbig.“
E_3: „Es wurde auch eine blaue Kugel gezogen.“
E_4: „Es wurde genau eine rote Kugel gezogen, aber nicht die letzte.“

2 Erstellen Sie jeweils ein Baumdiagramm zu den Zufallsexperimenten mit den angegebenen Ergebnisräumen. Beschreiben Sie anschließend in Worten ein dazu passendes Urnenexperiment.

$$\Omega_1 = \{(1;2);(1;3);(2;1);(2;3);(3;1);(3;2)\}$$
$$\Omega_2 = \{(r;w);(r;b);(w;r);(w;b);(b;r);(b;w);(b;s)\}$$

3.0 Bei Spielbeginn von „Mensch ärgere dich nicht“ hat ein Spieler drei Versuche, um eine 6 zu würfeln. Die möglichen Ausgänge (6 und keine 6) dieser bis zu drei Würfe bilden ein Zufallsexperiment. Bedenken Sie, dass der Spieler zu würfeln aufhört, sobald er eine 6 gewürfelt hat.

3.1 Erstellen Sie das zugehörige Baumdiagramm und geben Sie den feinsten Ergebnisraum an.

3.2 Beschreiben Sie eine Möglichkeit, das Experiment ohne Würfel als Urnenmodell durchzuführen (mit möglichst wenig Aufwand).

3.3 Beschreiben Sie die folgenden Ereignisse in aufzählender Mengenschreibweise:
E_1: „Der Spieler darf eine Spielfigur ziehen."
E_2: „Der Spieler würfelt mindestens zweimal."
E_3: „Der Spieler würfelt höchstens zweimal."
E_4: „Der Spieler darf keine Spielfigur ziehen."

4.0 Michael hat in seiner Hosentasche 6 Münzen: Zwei 2-Euro-Münzen, eine 1-Euro-Münze und drei 50-Cent-Münzen. Mit seinem Freund Paul, dem er schon länger 2,50 € schuldet, trifft er folgende Vereinbarung: Der „neutrale" Sven holt nacheinander willkürlich jeweils eine Münze aus Michaels Tasche und legt sie auf den Tisch. Sobald der geschuldete Betrag erreicht bzw. übertroffen ist, wird aufgehört, spätestens jedoch nach der dritten Münze. Die auf dem Tisch liegenden Münzen erhält Paul.

4.1 Begründen Sie, dass es sich hierbei um ein Zufallsexperiment handelt.

4.2 Erstellen Sie ein passendes Baumdiagramm und geben Sie den feinsten Ergebnisraum Ω an.

4.3 Geben Sie die folgenden Ereignisse in aufzählender Mengenschreibweise an:
E_1: „Michael muss mehr bezahlen als er Paul schuldet."
E_2: „Paul erhält mindestens sein Geld zurück."
E_3: „Es werden drei Münzen gezogen."

4.4 Finden Sie heraus, welcher maximale Gewinn bzw. Verlust für die beiden zu erzielen ist.

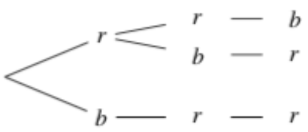
4.5 Diskutieren Sie, für wen das Spiel vorteilhafter ist.

Lösungen

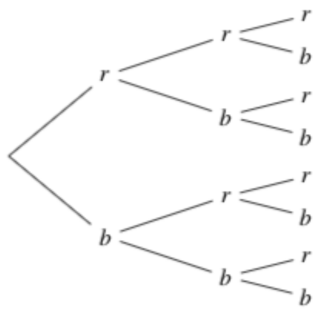
1.1 Es wurde ohne Zurücklegen gezogen. Nach dem Ziehen der blauen Kugel im 1. Zug ist beim 2. Zug keine blaue Kugel mehr verfügbar.

1.2

Dreimal Ziehen ohne Zurücklegen:

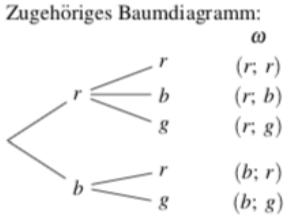


Dreimal Ziehen mit Zurücklegen:



1.3.1

Zugehöriges Baumdiagramm:

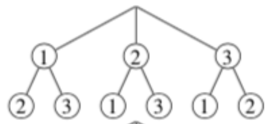


$\Omega=\{rr,rb,rg,br,bg\}$

1.3.2 $E_1=\{rg,bg\}$ $E_2=\{rr\}$ $E_3=\{rb,br,bg\}$ $E_4=\{rb,rg\}$

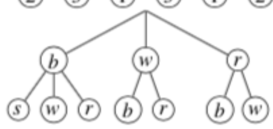
2)

Zu Ω_1:



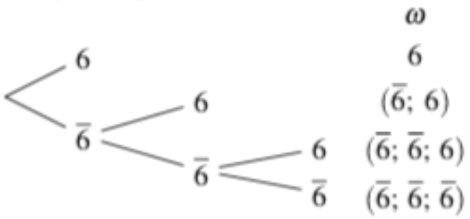
Zweimaliges Ziehen **ohne** Zurücklegen aus einer Urne mit den Kugel 1, 2 und 3.

Zu Ω_2:



Zweimaliges Ziehen **ohne** Zurücklegen aus einer Urne mit je einer r(oten), einer w(eißen) und einer b(lauen) Kugel. Falls beim 1. Zug blau gezogen wird, wird zusätzlich eine s(chwarze) Kugel in die Urne gelegt.

3.1



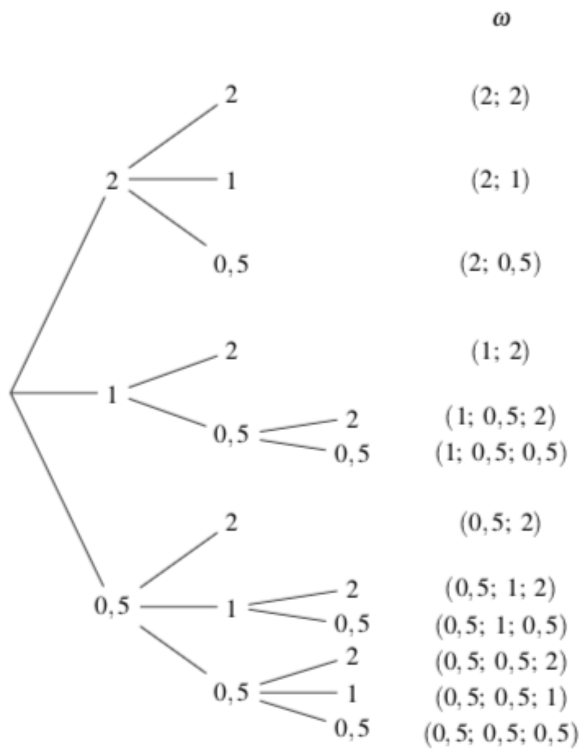
$\Omega=\{6;\bar{6}6;\bar{6}\bar{6}6;\bar{6}\bar{6}\bar{6}\}$

3.2 In eine Urne werden sechs gefaltete Zettel gelegt, einer mit der Aufschrift 6 und fünf mit der Aufschrift $\bar{6}$. Es werden nacheinander bis zu drei Zettel mit Zurücklegen gezogen, wobei das Zufallsexperiment beendet ist, sobald die 6 gezogen wird.

3.3 $E_1 = \left\{6;\bar{6}6;\bar{6}\bar{6}6\right\}$ $E_2 = \left\{\bar{6}6;\bar{6}\bar{6}6;\bar{6}\bar{6}\bar{6}\right\}$ $E_3 = \left\{6;\bar{6}6\right\}$ $E_4 = \left\{\bar{6}\bar{6}\bar{6}\right\}$

4.1 Es handelt sich um ein Zufallsexperiment, weil wir verschiedene Ausgänge haben, welcher Ausgang jedoch eintritt, ist nicht bekannt.

4.2



$\Omega = \left\{2\ 2; 2\ 1; 2\ 0{,}5; 1\ 2; 1\ 0{,}5\ 2; 1\ 0{,}5\ 0{,}5; 0{,}5\ 2; 0{,}5\ 1\ 2; 0{,}5\ 1\ 0{,}5; 0{,}5\ 0{,}5\ 2; 0{,}5\ 0{,}5\ 1; 0{,}5\ 0{,}5\ 0{,}5\right\}$

4.3

$E_1 = \left\{2\ 2; 2\ 1; 1\ 2; 1\ 0{,}5\ 2; 0{,}5\ 1\ 2; 0{,}5\ 0{,}5\ 2\right\}$

$E_2 = \left\{2\ 2; 2\ 1; 2\ 0{,}5; 1\ 2; 1\ 0{,}5\ 2; 0{,}5\ 2; 0{,}5\ 1\ 2; 0{,}5\ 0{,}5\ 2\right\}$

$E_3 = \left\{1\ 0{,}5\ 2; 1\ 0{,}5\ 0{,}5; 0{,}5\ 1\ 2; 0{,}5\ 1\ 0{,}5; 0{,}5\ 0{,}5\ 2; 0{,}5\ 0{,}5\ 1; 0{,}5\ 0{,}5\ 0{,}5\right\}$

4.4 Maximaler Gewinn für Paul bzw. Verlust für Michael: 1,50 €
Maximaler Verlust für Paul bzw. maximaler Gewinn für Michael: 1,00 €

4.5 Es sieht so aus, als hätte Paul bessere Chancen, da von 12 möglichen Ausgängen sechs für ihn vorteilhaft sind, zwei neutral und nur vier zu seinem Nachteil.
Auch kann er maximal 1,00 € verlieren (bei einem Ausgang), aber dafür 1,00 € oder 1,50 € bei drei Ausgängen gewinnen.