

2b)

$$a(x+3)(x+1)(x-a) = 0$$

$$\Rightarrow x_1 = -3 \quad x_2 = -1 \quad x_3 = a$$

$a = -3$: zwei Nullstellen bei $x_1 = -3$ (doppelt) und bei $x_2 = -1$ (einfach)

$a = -1$: zwei Nullstellen bei $x_1 = -3$ (einfach) und bei $x_2 = -1$ (doppelt)

$a \in \mathbb{R} \setminus \{-3; -1\}$: drei Nullstellen bei $x_1 = -3$ (einfach), bei $x_2 = -1$ (einfach)
und bei $x_3 = a$ (einfach)

2c)

$$(x-2)(x+2)(x^2-a) = 0$$

$$\Rightarrow x_1 = 2 \quad x_2 = -2 \quad x_3 = -\sqrt{a} \quad x_4 = \sqrt{a}$$

$a = 4$: zwei Nullstellen bei $x_1 = 2$ (doppelt) und bei $x_2 = -2$ (doppelt)

$a = 0$: drei Nullstellen bei $x_1 = 2$ (einfach), bei $x_2 = -2$ (einfach) und bei $x_3 = 0$ (doppelt)

$a < 0$: zwei Nullstellen bei $x_1 = 2$ (einfach) und bei $x_2 = -2$ (einfach)

$a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{4\}$: vier Nullstellen bei $x_1 = 2$ (einfach), bei $x_2 = -2$ (einfach),
bei $x_3 = -\sqrt{a}$ (einfach) und bei $x_4 = \sqrt{a}$ (einfach)

2d)

$$x(x+4)(x-3)(x^2+a) = 0$$

$$\Rightarrow x_1 = 0 \quad x_2 = -4 \quad x_3 = 3 \quad x_4 = -\sqrt{-a} \quad x_5 = \sqrt{-a}$$

$a = -16$: vier Nullstellen bei $x_1 = -4$ (doppelt), bei $x_2 = 0$ (einfach),
bei $x_3 = 3$ (einfach) und bei $x_4 = 4$ (einfach)

$a = -9$: vier Nullstellen bei $x_1 = -4$ (einfach), bei $x_2 = 0$ (einfach),
bei $x_3 = 3$ (doppelt) und bei $x_4 = -3$ (einfach)

$a = 0$: drei Nullstellen bei $x_1 = 0$ (dreifach), bei $x_2 = -4$ (einfach)
und bei $x_3 = 3$ (einfach)

$a > 0$: drei Nullstellen bei $x_1 = 0$ (einfach), bei $x_2 = -4$ (einfach)
und bei $x_3 = 3$ (einfach)

$a \in \mathbb{R}_0^- \setminus \{-16; -9; 0\}$: fünf Nullstellen bei $x_1 = 0$ (einfach), bei $x_2 = -4$ (einfach),
bei $x_3 = 3$ (einfach), bei $x_4 = -\sqrt{-a}$ (einfach) und
bei $x_5 = \sqrt{-a}$ (einfach)