

Aufgaben zu den quadratischen Gleichungen mit Formvariablen

1.0 Ermitteln Sie in den folgenden Gleichungen jeweils die Parameter so, dass die Gleichung genau eine Lösung hat.

1.1 $9x^2 + 6x + a = 0$

1.2 $(x+k)^2 = 4 - 2k$

1.3 $x^2 - kx + 9 = 0$

1.4 $a^2x^2 + 8x + 4 = 0, a \neq 0$

2.0 Gegeben ist die Gleichung $x^2 - 2(a-1)x + 1 - 2a = 0$ mit $a \in \mathbb{R}$.

2.1 Ermitteln Sie die Anzahl der Lösungen in Abhängigkeit von a .

2.2 Bestimmen Sie, wie a gewählt werden muss, dass 3 eine Lösung der Gleichung ist.

3 Ermitteln Sie die Anzahl der Lösungen der Gleichung $2x^2 + 2kx - 2x = 1 - k$ mit $k \in \mathbb{R}$ in Abhängigkeit von k .

4.0 Geben Sie bei folgenden Gleichungen die Anzahl der Lösungen in Abhängigkeit des Parameters an.

4.1 $x^2 + kx + 16 = 0$

4.2 $x^2 + 6x + a^2 = 0$

4.3 $ax^2 + x = 2ax + 2$ ($a \neq 0$)

4.4 $ax^2 - 4x + 3 = 0$ ($a \neq 0$)

4.5 $(t-1)x^2 + 2tx + t + 1 = 0$ ($t \neq 1$)

4.6 $x^2 - (k+2)x + 2k = 0$

5 Gegeben ist die Gleichung $x^2 - 1,5kx - 0,5k^2 = 0$.

Bestimmen Sie den Parameter $k \in \mathbb{R}$ so, dass die Gleichung zwei Lösungen besitzt.

6 Gegeben ist die Gleichung $16x^2 - tx + 9 = 0$.

Bestimmen Sie den Parameter $t \in \mathbb{R}$ so, dass genau eine Lösung existiert.

Lösungen

1.1 $a = 1$

1.2 $k = 2$

1.3 $k = 6$ und $k = -6$

1.4 $a = -2$ und $a = 2$

2.1 für $a = 0$: eine Lösung $x = -1$
für $a \neq 0$: zwei Lösungen $x = -1$ und $x = 2a - 1$

2.2 $a = 2$

3 Gleichung lautet: $2x^2 + 2(k-1)x + k - 1 = 0$
für $k > 3$ und $k < 1$: zwei Lösungen
für $k = 3$ und $k = 1$: eine Lösung
für $1 < k < 3$: keine Lösung

4.1 für $k < -8$ und $k > 8$: zwei Lösungen
für $k = -8$ und $k = 8$: eine Lösung
für $-8 < k < 8$: keine Lösung

4.2 für $a < -3$ und $a > 3$: keine Lösung
für $a = -3$ und $a = 3$: eine Lösung
für $-3 < a < 3$: zwei Lösungen

4.3 für $a = -0,5$: eine Lösung
für $a \in \mathbb{R} \setminus \{-0,5; 0\}$: zwei Lösungen

4.4 für $a < \frac{4}{3}$ (ohne 0): zwei Lösungen
für $a = \frac{4}{3}$: eine Lösung
für $a > \frac{4}{3}$: keine Lösung

4.5 für $t \neq 1$: zwei Lösungen

4.6 für $k = 2$: eine Lösung
für $k \neq 2$: zwei Lösungen

5

$$x^2 - 1,5kx - 0,5k^2 = 0$$

$$\Rightarrow x_{1/2} = \frac{1,5k \pm \sqrt{2,25k^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-0,5k^2)}}{2} = \frac{1,5k \pm \sqrt{4,25k^2}}{2}$$

\Rightarrow Die Gleichung hat zwei Lösungen, wenn $4,25k^2 > 0 \Rightarrow k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$

6

$$16x^2 - tx + 9 = 0$$

$$\Rightarrow x_{1/2} = \frac{t \pm \sqrt{t^2 - 4 \cdot 16 \cdot 9}}{32} = \frac{t \pm \sqrt{t^2 - 576}}{32}$$

\Rightarrow Gleichung hat genau eine Lösung, wenn $t^2 - 576 = 0 \Rightarrow t_1 = 24 \quad t_2 = -24$