

## Aufgaben zu den weiteren Ableitungsregeln

1. Leiten Sie die folgenden Funktionen mit Hilfe der Produktregel ab.

$$\begin{array}{lll} \text{a) } y = (1-x)(5+2x) & \text{b) } y = (3x^2+2)(x^3-10x) & \text{c) } y = (2x-3)(x^2+4x+4) \\ \text{d) } y = 2 \cdot (1-x^2) \cdot (x^3-1) & \text{e) } y = \frac{1}{2} \cdot (x^2+2) \cdot (x-x^4) & \text{f) } y = (1-x) \cdot (x^3+x-1) \end{array}$$

2. Leiten Sie die folgenden Funktionen mit Hilfe der Quotientenregel ab.

$$\begin{array}{lll} \text{a) } y = \frac{4x}{3x^2+2} & \text{b) } y = \frac{2-x^2}{4x^2} & \text{c) } y = \frac{2}{2x-5} \\ \text{d) } y = \frac{x^2+x+3}{x^2+2x+6} & \text{e) } y = \frac{x^3+x-1}{1-x^3} & \text{f) } y = \frac{(x-2)^2}{x^2+x-6} \end{array}$$

3. Leiten Sie die folgenden Funktionen mit Hilfe der Kettenregel ab.

$$\begin{array}{lll} \text{a) } y = (3x+2)^4 & \text{b) } y = \frac{1}{x^2+2} & \text{c) } y = \frac{4x-x^2}{(2-x)^2} \\ \text{d) } y = (1-x^2 + \frac{1}{3}x^3)^2 & \text{e) } y = (x^2 + \frac{1}{x})^3 & \text{f) } y = \frac{x^3-3x+1}{(5-x^2)^3} \end{array}$$

## Lösungen

$$1a) y' = (-1) \cdot (5 + 2x) + (1 - x) \cdot 2 = -5 - 2x + 2 - 2x = -4x - 3$$

$$1b) y' = 6x \cdot (x^3 - 10x) + (3x^2 + 2)(3x^2 - 10) = 15x^4 - 84x^2 - 20$$

$$1c) y' = 2(x^2 + 4x + 4) + (2x - 3)(2x + 4) = 6x^2 + 10x - 4$$

$$1d) y' = 2 \cdot [(-2x) \cdot (x^3 - 1) + (1 - x^2) \cdot 3x^2] = 2 \cdot [-2x^4 + 2x + 3x^2 - 3x^4] = -10x^4 + 6x^2 + 4x$$

1e)

$$y' = \frac{1}{2} \cdot [(2x) \cdot (x - x^4) + (x^2 + 2) \cdot (1 - 4x^3)] =$$

$$\frac{1}{2} \cdot [2x^2 - 2x^5 + x^2 - 4x^5 + 2 - 8x^3] = -3x^5 - 4x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 1$$

1f)

$$y' = (-1) \cdot (x^3 + x - 1) + (1 - x) \cdot (3x^2 + 1) =$$
$$-x^3 - x + 1 + 3x^2 + 1 - 3x^3 - x = -4x^3 + 3x^2 - 2x + 2$$

$$2a) y' = \frac{4 \cdot (3x^2 + 2) - 4x \cdot 6x}{(3x^2 + 2)^2} = \frac{8 - 12x^2}{(3x^2 + 2)^2}$$

$$2b) y' = \frac{-2x \cdot 4x^2 - (2 - x^2) \cdot 8x}{(4x^2)^2} = \frac{-16x}{16x^4} = -\frac{1}{x^3}$$

$$2c) y' = \frac{0 \cdot (2x - 5) - 3 \cdot 2}{(2x - 5)^2} = \frac{-6}{(2x - 5)^2}$$

$$2d) y' = \frac{(2x + 1)(x^2 + 2x + 6) - (x^2 + x + 3)(2x + 2)}{(x^2 + 2x + 6)^2} = \frac{x^2 + 6x}{(x^2 + 2x + 6)^2}$$

$$2e) y' = \frac{(3x^2 + 1)(1 - x^3) - (x^3 + x - 1)(-3x^2)}{(1 - x^3)^2} = \frac{2x^3 + 1}{(1 - x^3)^2}$$

2f)

$$y = \frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 + x - 6}$$

$$y' = \frac{(2x - 4)(x^2 + x - 6) - (x^2 - 4x + 4)(2x + 1)}{(x^2 + x - 6)^2} = \frac{5x^2 - 20x + 20}{(x^2 + x - 6)^2}$$

$$3a) y' = 4 \cdot (3x + 2)^3 \cdot 3 = 12 \cdot (3x + 2)^3$$

$$3b) y' = -\frac{1}{x^2 + 2} \cdot 2x = -\frac{2x}{x^2 + 2}$$

3c)

$$y' = \frac{(4 - 2x)(2 - x)^2 - (4x - x^2) \cdot 2 \cdot (2 - x) \cdot (-1)}{(2 - x)^4} =$$

$$\frac{(4 - 2x) \cdot (2 - x)^2 + 2 \cdot (4x - x^2) \cdot (2 - x)}{(2 - x)^4} =$$

$$\frac{(4 - 2x) \cdot (2 - x) + 2 \cdot (4x - x^2)}{(2 - x)^3} = \frac{8}{(2 - x)^3}$$

$$3d) y' = 2 \cdot (1 - x^2 + \frac{1}{3}x^3) \cdot (-2x + x^2) = -4x + 2x^2 + 4x^3 - 3\frac{1}{3}x^4 + \frac{2}{3}x^5$$

$$3e) y' = 3(x^2 + \frac{1}{x})^2 \cdot (2x - \frac{1}{x^2})$$

3f)

$$\begin{aligned}y' &= \frac{(3x^2 - 3) \cdot (5 - x^2)^3 - (x^3 - 3x + 1) \cdot 3(5 - x^2)^2 \cdot (-2x)}{(5 - x^2)^6} = \\&= \frac{(3x^2 - 3) \cdot (5 - x^2) + 6x \cdot (x^3 - 3x + 1)}{(5 - x^2)^4} = \\&= \frac{15x^2 - 3x^4 - 15 + 3x^2 + 6x^4 - 18x^2 + 6x}{(5 - x^2)^4} = \frac{3x^4 + 6x - 15}{(5 - x^2)^4}\end{aligned}$$