Jochen Weber

Aufgaben zum Skalarprodukt

1.0 Gegeben ist der Vektor $\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \\ 5 \end{pmatrix}$.

1.1 Berechnen Sie $\vec{a}^{\,0}$ und $-\vec{a}^{\,0}$.

1.2 Berechnen Sie denjenigen Vektor der Länge 5 LE, der dieselbe Orientierung hat wie der Gegenvektor von $\vec{a}$.

2 Die Strecke $\overline{AB}$ mit A(6/2) und B(b_1/-2) hat die Länge 5 LE.
Berechnen Sie b_1 (2 Lösungen !!).

3 Ermitteln Sie, welche Punkte der x_1-Achse vom Punkt A(2/3) die Entfernung 5 LE haben.

4 Ermitteln Sie, welche Achsenpunkte von A(-2/5) und B(-4/-1) gleichen Abstand haben.

5 Bestimmen Sie den Umfang des Dreiecks ABC mit A(4/-2/7), B(1/-2/3) und C(3/2/-1).

6.0 Berechnen Sie die Innenwinkel des Dreiecks ABC.

6.1 A(-3/5), B(4/6), C(1/1)

6.2 A(-3/0/1), B(7/-1/-1), C(2/1/-3)

7 Gegeben sind die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 12 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} -4 \\ 5 \\ 7 \end{pmatrix}$.
Prüfen Sie, ob diese beiden Vektoren senkrecht aufeinander stehen.

8 Ermitteln Sie, an welcher Ecke das Dreieck ABC mit A(5/0), B(-2/4), C(1/-2) rechtwinklig ist.

9 Gegeben sind die Eckpunkte A(2/-1/4), B(3/2/-6) und C(-5/0/2) eines Dreiecks ABC. Berechnen Sie die Längen der Seitenhalbierenden.

10 Gegeben sind die vier Punkte A(5/-1/0), B(10/-2/3), C(12/-4/-1) und D(7/-3/-4). Untersuchen Sie, ob das Viereck ABCD ein Rechteck ist.

11.0 Durch die Punkte A(1/0/0), B(1/1/0) und C(1/1/1) ist ein Parallelogramm festgelegt.

11.1 Berechnen Sie den vierten Eckpunkt D.

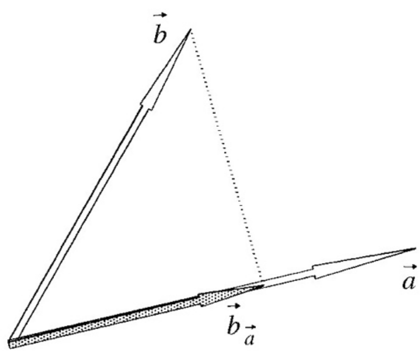
11.2 Berechnen Sie die Längen der Seiten.

11.3 Berechnen Sie den Diagonalenschnittpunkt.

11.4 Berechnen Sie die Länge der Diagonalen.

12* Gegeben sind die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$.

Berechnen Sie die orthogonale Projektion $\vec{b}_{\vec{a}}$ von $\vec{b}$ auf $\vec{a}$.



13 Bestimmen Sie $k \in \mathbb{R}$ so, dass der zugehörige Punkt $C_k(k/-k/-2-k)$ von den Punkten A(1/0/-2) und B(-1/2/2) gleich weit entfernt ist. (Abitur 2010 BII)

14.0 Berechnen Sie die Skalarprodukte der Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ und den eingeschlossenen Winkel.

14.1 $\vec{a}=\begin{pmatrix}4\\3\\-2\end{pmatrix}, \vec{b}=\begin{pmatrix}2\\0\\1\end{pmatrix}$ 14.2 $\vec{a}=\begin{pmatrix}0\\4\\3\end{pmatrix}, \vec{b}=\begin{pmatrix}-3\\8\\11\end{pmatrix}$ 14.3 $\vec{a}=\begin{pmatrix}6\\2\\-3\end{pmatrix}, \vec{b}=\begin{pmatrix}-4\\3\\1\end{pmatrix}$

15.0 Überprüfen Sie, ob für $\vec{a} \neq 0$ und $\vec{b} \neq 0$ die folgenden Terme eine Zahl oder einen Vektor darstellen oder gar nicht definiert sind.

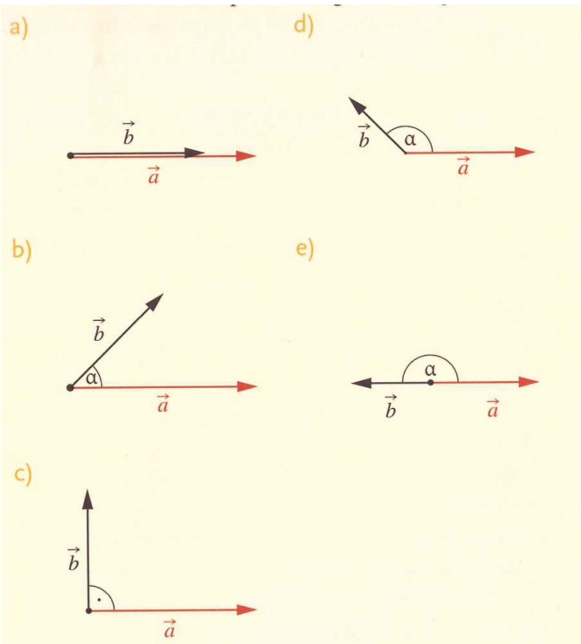
15.1 $\dfrac{\vec{a}}{\vec{a}\circ\vec{a}}$ 15.2 $\dfrac{\vec{a}\circ\vec{b}}{\vec{b}\circ\vec{b}}$ 15.3 $\left(\vec{a}+\vec{b}\right)^2$

15.4 $\dfrac{\vec{a}\circ\vec{a}}{\vec{a}}$ 15.5 $\dfrac{\left(\vec{a}\circ\vec{a}\right)\cdot\vec{a}}{\left(\vec{a}\circ\vec{a}\right)\cdot\left(\vec{a}\circ\vec{a}\right)}$

16.0 Verkürzen oder verlängern Sie den Vektor $\begin{pmatrix}4\\-2\\4\end{pmatrix}$, so dass sein Betrag den angegebenen Wert annimmt und geben Sie die jeweiligen Vektoren an.

16.1 1 16.2 2 16.3 1,5

17 Entscheiden Sie begründet, ob das Skalarprodukt der Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ positiv, negativ oder gleich null ist.



18 Berechnen Sie die potenzielle Energie, die der Wagen einer Achterbahn zusätzlich erhält, wenn er mit der Kraft $\vec{F} = \begin{pmatrix} 80 \\ 230 \end{pmatrix}$ entlang der Strecke $\vec{s} = \begin{pmatrix} 0 \\ 7 \end{pmatrix}$ angehoben wird.

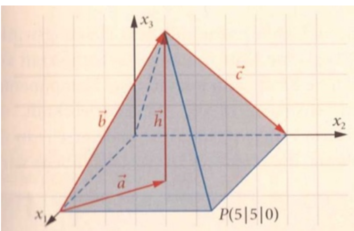
Hinweis: Die Zunahme der potenziellen Energie ist gleich der verrichteten Hubarbeit.

19 Ein Körper wird mit einer Kraft von 48 N um 2 m verschoben. Die Kraftrichtung schließt mit dem zurückgelegten Weg einen Winkel von 32° ein.

Berechnen Sie die verrichtete Arbeit.

20 Dargestellt ist eine regelmäßige Pyramide. Sie ist 5 LE hoch.

Berechnen Sie das Winkelmaß aller Winkel, die von den Kanten der Pyramide eingeschlossen werden sowie den Neigungswinkel der Seitenfläche gegenüber der Grundfläche.



21 Bestimmen Sie einen Vektor $\vec{b}$, der mit dem Vektor $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ einen Winkel von 45° einschließt.

Hinweis: Es gibt mehrere Lösungen.

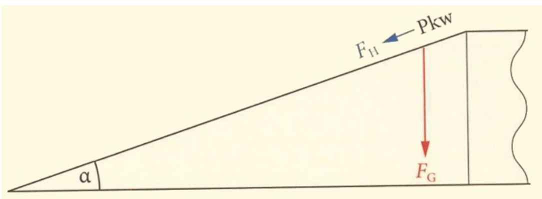
22 Jemand stellt über die Vektoren $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ und $\vec{n}$ des Vektorraumes $\mathbb{R}^3$ fest, dass $\vec{a}, \vec{b}$ und $\vec{c}$ alle orthogonal zum Vektor $\vec{n}$ sind.

Zeigen Sie, dass dann die Vektoren $\vec{a}, \vec{b}$ und $\vec{c}$ linear abhängig sein müssen.

23.0* An der höchsten Stelle einer gleichbleibend mit 9 % Gefälle ausgewiesenen Straße steht ein PKW. Seine Masse beträgt m = 850 kg. Er rollt bei ausgeschaltetem Motor im Leerlauf eine Strecke von s = 500 m bergab.

Führen Sie die folgenden Berechnungen unter Vernachlässigung der Reibung durch.

Setzen Sie als Steigungswinkel den Näherungswert $\alpha = 5{,}14°$ ein.



23.1 Berechnen Sie die Bewegungsenergie des PKW am Ende der Fahrt in kJ.

Hinweis: Die Bewegungsenergie E entspricht der verrichteten Arbeit W. In die Gleichung für W ist nicht die volle Gewichtskraft des PKW, sondern nur der parallel des Hangs wirkende Anteil (Hangabtriebskraft) einzusetzen.

23.2 Bestimmen Sie, welche Geschwindigkeit der PKW am Ende seiner Fahrt erreicht hat.

24.0 Die untere Stückaufnahme eines Förderbandes liegt 1 m über dem Punkt $P_u(7/12/4)$, der auf dem waagrechten Boden einer Fertigungshalle liegt (alle Angaben in m). Ausgehend von dieser Anordnung lässt sich die Anordnung und die Länge des Bandes durch den Vektor $\vec{l} = \begin{pmatrix} 3 \\ 9 \\ 5 \end{pmatrix}$ beschreiben. Von den größten zu befördernden Teilen mit der Masse m = 23 kg können acht gleichzeitig befördert werden.

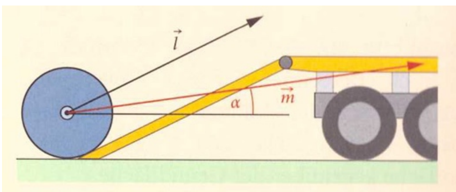
24.1 Fertigen Sie eine Skizze der Situation an.

24.2 Vergleichen Sie die notwendige maximale Hubarbeit mit der notwendigen Bandantriebsarbeit zur Überwindung der Hangabtriebskraft.

24.3 Berechnen Sie die vom Motor mindestens aufzubringende Arbeit bei einer Bandgeschwindigkeit von 8 m/min.

24.4 Bestimmen Sie die Koordinaten des oberen Werkstückübergabepunktes.

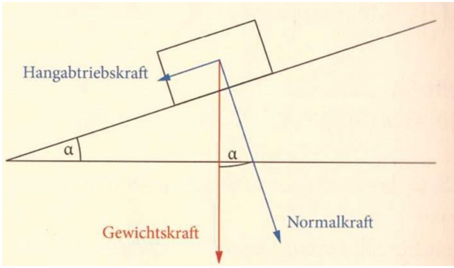
25.0 Eine Walze wird mit einer Zugmaschine über eine Rampe auf einen Anhänger gezogen. Der Vektor $\vec{l} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$ beschreibt den Weg der Walze. Die mittlere Seilkraft $\vec{m}$ beträgt 12 kN und wirkt unter einem Winkel α von 8°.



25.1 Berechnen Sie die Weglänge der Walze.

25.2 Berechnen Sie die verrichtete Arbeit W.

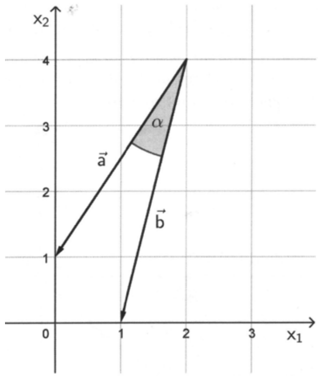
26.0 Auf einer schiefen Ebene mit dem Neigungswinkel $\alpha = 25°$ liegt eine Kiste mit einer Gewichtskraft von 200 N. Diese Kraft kann man in zwei Komponenten zerlegen: einerseits in die Hangabtriebskraft, die parallel zum Hang verläuft und andererseits in die Normalkraft, die senkrecht zur schiefen Ebene wirkt.



26.1 Berechnen Sie mithilfe der Vektorrechnung die Größe der Normalkraft und der Hangabtriebskraft.

26.2 Die Kiste kommt ins Rutschen, wenn die Hangabtriebskraft mehr als 0,23-mal so groß ist wie die Normalkraft.
Prüfen Sie, ob dies hier der Fall ist.

27.0 In einem kartesischen Koordinatensystem des $\mathbb{R}^2$ ist je ein Repräsentant der Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ gegeben. (Abitur 2023 Teil 1)



27.1 Der Winkel α zwischen den beiden Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ kann mit der Gleichung

$\cos(\alpha) = \frac{\vec{a} \circ \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$ berechnet werden. In einer der drei nachfolgenden Gleichungen ist der

Term $\frac{\vec{a} \circ \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$ richtig berechnet. Entscheiden Sie begründet, welche der untenstehenden

Gleichungen die richtige ist.

I) $\cos(\alpha) = \frac{12}{\sqrt{13} \cdot \sqrt{18}}$ II) $\cos(\alpha) = \frac{14}{\sqrt{13} \cdot \sqrt{17}}$ III) $\cos(\alpha) = \frac{14}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{5}}$

27.2 Zeichnen Sie einen Repräsentanten des Vektors $\vec{c} = \vec{b} - \vec{a}$ in das Koordinatensystem von 27.0 ein.

27.3 Zeigen Sie rechnerisch, dass die Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ linear unabhängig sind.

Lösungen

1.1 $\vec{a}^0 = \frac{1}{\sqrt{50}}\begin{pmatrix} 3 \\ -4 \\ 5 \end{pmatrix}$; $\quad -\vec{a}^0 = -\frac{1}{\sqrt{50}}\begin{pmatrix} 3 \\ -4 \\ 5 \end{pmatrix}$;

1.2 $-5\vec{a}^0 = -\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 3 \\ -4 \\ 5 \end{pmatrix}$;

2 $b_1 = 3$ und $b_1 = 9$

3 Ein Punkt der x_1-Achse ist allgemein gegeben durch $B(b_1/0)$.

Bestimme allgemein die Länge der Strecke $\overline{AB}$ und bestimme dann b_1 so, dass die Streckenlänge 5 LE ergibt $\Rightarrow B_1(-2/0)$ und $B_2(6/0)$;

4 Punkte der x_1-Achse: $\overline{AC} = \overline{BC}$ mit $C(c_1/0)$ $\Rightarrow$ $C(3/0)$

Punkte der x_2-Achse: $\overline{AD} = \overline{BD}$ mit $D(0/d_2)$ $\Rightarrow$ $D(0/1)$

5 Berechne die Streckenlängen $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CA}$ $\Rightarrow$ U = 20 LE

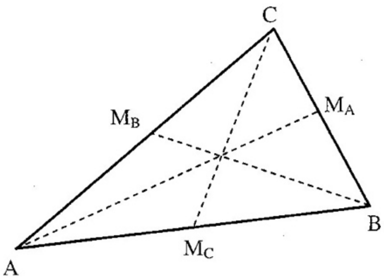
6.1 $\alpha \approx 53{,}1^0, \beta \approx 50{,}9^0, \gamma \approx 76{,}0^0$

6.2 $\alpha \approx 30{,}9^0, \beta \approx 35{,}3^0, \gamma \approx 113{,}8^0$

7 Nein, da das Skalarprodukt der beiden Vektoren –35 ergibt, also nicht Null.

8 $\angle ACB = 90^0$

9



$$\vec{m}_c = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad \vec{m}_b = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ 6 \end{pmatrix}, \quad \vec{m}_a = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -4 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AM_a} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ -6 \end{pmatrix}, \quad \overrightarrow{BM_b} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} -9 \\ -5 \\ 18 \end{pmatrix}, \quad \overrightarrow{CM_c} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 15 \\ 1 \\ -6 \end{pmatrix}$$

$$|\overrightarrow{AM_a}| = 7, \quad |\overrightarrow{BM_b}| = \frac{1}{2}\sqrt{430}, \quad |\overrightarrow{CM_c}| = \frac{1}{2}\sqrt{262}$$

10

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}, \overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ -4 \end{pmatrix}, \overrightarrow{CD} = \begin{pmatrix} -5 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}, \overrightarrow{DA} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Es gilt: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CD} \cdot \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$

$\Rightarrow$ es liegt ein Rechteck vor

11.1 $\vec{d}=\vec{a}+\overrightarrow{BC}=\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}\Rightarrow D(1/0/1)$

11.2 $\left|\overrightarrow{AB}\right|=\left|\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}\right|=\sqrt{0^2+1^2+0^2}=1=\left|\overrightarrow{CD}\right|$

$\left|\overrightarrow{BC}\right|=\left|\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}\right|=\sqrt{0^2+0^2+1^2}=1=\left|\overrightarrow{AD}\right|$

11.3 $\vec{s}=\frac{1}{2}\cdot(\vec{a}+\vec{c})=\frac{1}{2}\cdot\begin{pmatrix}2\\1\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\\frac{1}{2}\\\frac{1}{2}\end{pmatrix}\Rightarrow S(1/\frac{1}{2}/\frac{1}{2})$

11.4 $\left|\overrightarrow{AC}\right|=\left|\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix}\right|=\sqrt{0^2+1^2+1^2}=\sqrt{2}=\left|\overrightarrow{BD}\right|$

12

$\left|\vec{b}_{\vec{a}}\right|=\left|\vec{b}\right|\cdot\cos\varphi$

Winkel zwischen Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$:

$$\cos\varphi=\frac{\begin{pmatrix}-1\\2\\2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}5\\0\\-1\end{pmatrix}}{\left|\begin{pmatrix}-1\\2\\2\end{pmatrix}\right|\cdot\left|\begin{pmatrix}5\\0\\-1\end{pmatrix}\right|}=\frac{-7}{3\cdot\sqrt{26}}$$

$$\Rightarrow\left|\vec{b}_{\vec{a}}\right|=\left|\vec{b}\right|\cdot\frac{-7}{3\cdot\sqrt{26}}=\sqrt{26}\cdot\frac{-7}{3\cdot\sqrt{26}}=-\frac{7}{3}$$

$$\Rightarrow\vec{b}_{\vec{a}}=-\frac{7}{3}\cdot\vec{a}^{\,0}=-\frac{7}{3}\cdot\frac{1}{3}\cdot\begin{pmatrix}-1\\2\\2\end{pmatrix}=-\frac{7}{9}\cdot\begin{pmatrix}-1\\2\\2\end{pmatrix}$$

13

$$\left|\overrightarrow{AC_k}\right| = \left|\overrightarrow{BC_k}\right| \quad \Rightarrow \left|\begin{pmatrix} k-1 \\ -k \\ -k \end{pmatrix}\right| = \left|\begin{pmatrix} k+1 \\ -k-2 \\ -k-4 \end{pmatrix}\right|$$

$$\Rightarrow \sqrt{(k-1)^2 + (-k)^2 + (-k)^2} = \sqrt{(k+1)^2 + (-k-2)^2 + (-k-4)^2}$$

$$\Rightarrow \sqrt{k^2 - 2k + 1 + k^2 + k^2} = \sqrt{k^2 + 2k + 1 + k^2 + 4k + 4 + k^2 + 8k + 16}$$

$$\Rightarrow \sqrt{3k^2 - 2k + 1} = \sqrt{3k^2 + 14k + 21} \quad \Rightarrow 3k^2 - 2k + 1 = 3k^2 + 14k + 21 \quad \Rightarrow k = -\frac{5}{4}$$

14.1

$$\vec{a} \circ \vec{b} = 8 + 0 - 2 = 6 \qquad \left|\vec{a}\right| = \sqrt{29} \quad \left|\vec{b}\right| = \sqrt{5}$$

$$\cos\alpha = \frac{6}{\sqrt{29} \cdot \sqrt{5}} \approx 0{,}4983 \quad \Rightarrow \alpha \approx 60{,}11°$$

14.2

$$\vec{a} \circ \vec{b} = 0 + 32 + 33 = 65 \qquad \left|\vec{a}\right| = 5 \quad \left|\vec{b}\right| = \sqrt{194}$$

$$\cos\alpha = \frac{65}{5 \cdot \sqrt{194}} \approx 0{,}9333 \quad \Rightarrow \alpha \approx 21{,}04°$$

14.3

$$\vec{a} \circ \vec{b} = -24 + 6 - 3 = -21 \qquad \left|\vec{a}\right| = 7 \quad \left|\vec{b}\right| = \sqrt{26}$$

$$\cos\alpha = \frac{21}{7 \cdot \sqrt{26}} \approx 0{,}5883 \quad \Rightarrow \alpha \approx 53{,}96°$$

15.1 Vektor 15.2 Zahl 15.3 nicht definiert 15.4 nicht definiert 15.5 Vektor

16.1 $\left|\vec{a}\right| = \left|\begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix}\right| = 6 \quad \Rightarrow \vec{a}^{\,0} = \frac{1}{6} \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} \\ -\frac{1}{3} \\ \frac{2}{3} \end{pmatrix}$ 16.2 $\begin{pmatrix} \frac{4}{3} \\ -\frac{2}{3} \\ \frac{4}{3} \end{pmatrix}$ 16.3 $\begin{pmatrix} 1 \\ -0{,}5 \\ 1 \end{pmatrix}$

17a) positiv 17b) positiv 17c) null 17d) negativ 17e) negativ

18 $E_{pot} = \vec{F} \circ \vec{s} = \begin{pmatrix} 80 \\ 230 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 0 \\ 7 \end{pmatrix} = 1610$

19 $W = |\vec{F}| \cdot |\vec{s}| \cdot \cos\alpha = 48 \cdot 2 \cdot \cos(32°) = 81{,}41\,\text{Nm}$

20

$P(5/5/0) \quad Q(0/5/0) \quad R(0/0/0) \quad U(5/0/0) \quad S(2{,}5/2{,}5/5) \quad M(2{,}5/2{,}5/0)$

Winkel zwischen einer Seitenkante und der Grundfläche:

$$\overrightarrow{RS} = \begin{pmatrix} 2{,}5 \\ 2{,}5 \\ 5 \end{pmatrix} \qquad \overrightarrow{RM} = \begin{pmatrix} 2{,}5 \\ 2{,}5 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\cos\alpha = \frac{12{,}5}{\sqrt{37{,}5} \cdot \sqrt{12{,}5}} \approx 0{,}5774 \quad \Rightarrow \alpha \approx 54{,}74°$$

Winkel zwischen einer Seitenfläche und der Grundfläche:

M_1 ist der Mittelpunkt der Strecke $[RU]$ $\Rightarrow M_1(2{,}5/0/0)$

$$\overrightarrow{M_1S} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2{,}5 \\ 5 \end{pmatrix} \qquad \overrightarrow{M_1M} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2{,}5 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\cos\alpha = \frac{6{,}25}{\sqrt{31{,}25} \cdot 2{,}5} \approx 0{,}4472 \quad \Rightarrow \alpha \approx 63{,}43°$$

21 $\cos(45°) = \frac{\sqrt{2}}{2} \qquad \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

22

Voraussetzung: $\vec{n} \circ \vec{a} = 0 \quad \vec{n} \circ \vec{b} = 0 \quad \vec{n} \circ \vec{c} = 0$ mit $\vec{n} \neq \vec{0}$

Annahme: $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ linear unabhängig

$\Rightarrow \vec{n} = k_1 \cdot \vec{a} + k_2 \cdot \vec{b} + k_3 \cdot \vec{c}$ mit $k_1, k_2, k_3 \in \mathbb{R}$

$\Rightarrow \vec{n} \circ \vec{n} = \left(k_1 \cdot \vec{a} + k_2 \cdot \vec{b} + k_3 \cdot \vec{c}\right) \circ \vec{n} = k_1 \cdot \vec{a} \circ \vec{n} + k_2 \cdot \vec{b} \circ \vec{n} + k_3 \cdot \vec{c} \circ \vec{n} = 0$

$\Rightarrow |\vec{n}| = 0 \quad \Rightarrow \vec{n} = \vec{0}$ Widerspruch zur Voraussetzung

23.1

$$\left|\vec{F}_G\right| = 850 \cdot 10 = 8500\,\text{N}$$

$$\sin\alpha = \frac{\left|\vec{F}_H\right|}{\left|\vec{F}_G\right|} \Rightarrow \left|\vec{F}_H\right| = \left|\vec{F}_G\right| \cdot \sin\alpha = 8500 \cdot \sin(5{,}14°) = 761{,}51\,\text{N}$$

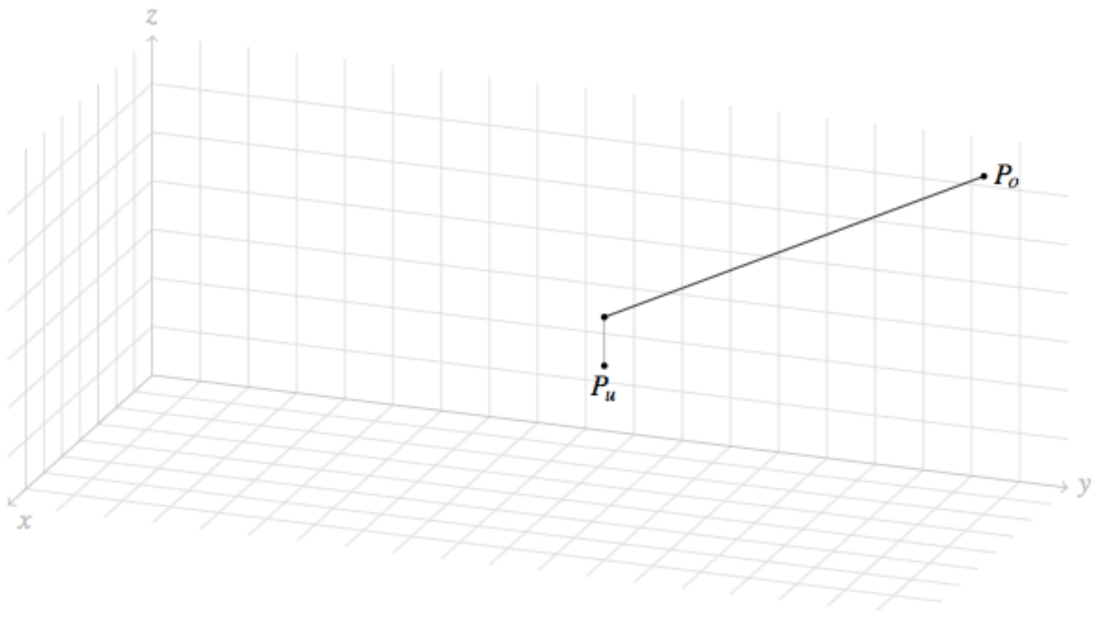
$$W = 761{,}51 \cdot 500 = 380755\,\text{Nm} = E_{\text{Bewegung}}$$

23.2

$$E_{\text{Bewegung}} = \frac{1}{2}mv^2 \quad \Rightarrow v^2 = \frac{2 \cdot E_{\text{Bewegung}}}{m} = \frac{2 \cdot 380755}{850} \approx 895{,}89$$

$$\Rightarrow v \approx 29{,}93\,\text{m/s} \approx 107\,\text{km/h}$$

24.1



24.2

$$\text{Gewichtskraft: } 23 \cdot 9{,}81 = 225{,}63$$

$$\text{Hangabtriebskraft: } 225{,}63 \cdot \sin(27{,}8°) = 105{,}23$$

$$\text{Hubarbeit: } 225{,}63 \cdot 5 = 1128{,}15 \text{ für einen Stein}$$

$$\text{Bandantriebsarbeit: } G \cdot s = 225{,}63 \cdot \sqrt{115} = 2419{,}61 \quad \text{für einen Stein}$$

24.3 $\text{Beschleunigungsarbeit: } 0{,}5 \cdot 23 \cdot 8^2 = 736 \text{ für einen Stein}$

24.4 Stückaufnahme im Punkt (7/12/5) und Stückübergabe im Punkt $P_o(10/21/10)$

25.1 $\left|\vec{l}\right| = \sqrt{20} \approx 4{,}47\,\text{m}$

25.2

$W = 12000 \cdot 4{,}47 \cdot \cos\beta$

Winkel zwischen Vektor $\vec{l}$ und der Horizontalen:

$\tan\gamma = m = 0{,}5 \quad \Rightarrow \gamma \approx 26{,}57°$

$\Rightarrow \beta = 26{,}57° - 8° = 18{,}57°$

$\Rightarrow W = 12000 \cdot 4{,}47 \cdot \cos(18{,}57°) \approx 50847{,}25\,\text{Nm}$

26.1

$$\sin\alpha = \frac{\left|\vec{F_H}\right|}{\left|\vec{F_G}\right|} \quad \Rightarrow \left|\vec{F_H}\right| = \left|\vec{F_G}\right| \cdot \sin\alpha = 200 \cdot \sin(25°) = 84{,}52\,\text{N}$$

$$\cos\alpha = \frac{\left|\vec{F_N}\right|}{\left|\vec{F_G}\right|} \quad \Rightarrow \left|\vec{F_N}\right| = \left|\vec{F_G}\right| \cdot \cos\alpha = 200 \cdot \cos(25°) = 181{,}26\,\text{N}$$

26.2

$\left|\vec{F_N}\right| \cdot 0{,}23 = 41{,}69\,\text{N}$

$\Rightarrow$ Die Kiste kommt ins Rutschen.

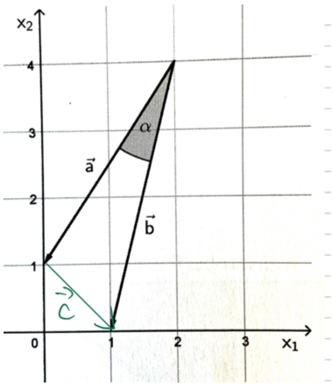
27.1

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \end{pmatrix} \qquad \vec{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ -4 \end{pmatrix}$$

$\vec{a} \circ \vec{b} = 2 + 12 = 14 \qquad \left|\vec{a}\right| = \sqrt{4+9} = \sqrt{13}$

$\Rightarrow$ richtig ist II

27.2



27.3

$$\begin{pmatrix} -2 \\ -3 \end{pmatrix} = \lambda \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ -4 \end{pmatrix}$$

$\Rightarrow$ (I) $-2 = -\lambda \quad \Rightarrow \lambda = 2$

(II) $-3 = -4\lambda \quad \Rightarrow \lambda = 0{,}75$

$\Rightarrow \vec{a}$ und $\vec{b}$ linear unabhängig