Aufgaben zur Vektorrechnung

1. Gegeben sind die Vektoren $\vec{a}=\begin{pmatrix}1\\0\\-2\end{pmatrix}$, $\vec{b}=\begin{pmatrix}-3\\5\\-1\end{pmatrix}$ und $\vec{c}=\begin{pmatrix}2\\-2\\2\end{pmatrix}$.

   Berechnen Sie folgende Vektoren.

   a) $\vec{a}+\vec{b}$ b) $2\vec{a}-3\vec{b}$ c) $\frac{1}{2}\vec{a}+\left(\vec{b}-2\vec{c}\right)$

2. Berechnen Sie den Vektor $\vec{a}$ aus folgenden Vektorgleichungen.

   a) $3\cdot\begin{pmatrix}-3\\1\\2\end{pmatrix}-4\cdot\vec{a}=\begin{pmatrix}0\\2\\-1\end{pmatrix}$ b) $2\cdot\left(\vec{a}-\begin{pmatrix}4\\-2\\0\end{pmatrix}\right)=\begin{pmatrix}2\\-5\\7\end{pmatrix}+5\cdot\vec{a}$

   c) $2\cdot\vec{a}-3\cdot\begin{pmatrix}5\\1\\0\end{pmatrix}=\vec{a}+\begin{pmatrix}-14\\-1\\-3\end{pmatrix}$

3. Gegeben sind die Vektoren $\vec{a}=\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix},\vec{b}=\begin{pmatrix}-3\\0\end{pmatrix},\vec{c}=\begin{pmatrix}-2\\1\end{pmatrix},\vec{d}=\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$.

   Berechnen Sie x so, dass die Vektoren $3\vec{a}-\frac{1}{3}\vec{b}+2\vec{c}-3\vec{d}$ und $\begin{pmatrix}x\\-5\end{pmatrix}$ parallel sind.

4. Berechnen Sie c_2 so, dass die Punkte A(-3/-4), B(4/2) und C(0;c_2) auf einer Geraden liegen.

5. Gegeben ist ein Viereck ABCD. Beweisen Sie, dass es ein Parallelogramm ist.

   a) A(-1/-4), B(0/4), C(9/3) und D(8/-5)

   b) A(2/0/0), B(1/-3/6), C(2/1/7) und D(3/4/1)

Lösungen

1.a) $\vec{a}+\vec{b}=\begin{pmatrix} -2 \\ 5 \\ -3 \end{pmatrix}$ b) $2\vec{a}-3\vec{b}=\begin{pmatrix} 11 \\ -15 \\ -1 \end{pmatrix}$ c) $\frac{1}{2}\vec{a}+\left(\vec{b}-2\vec{c}\right)=\begin{pmatrix} -6{,}5 \\ 9 \\ -6 \end{pmatrix}$

2.a) $\vec{a}=\frac{1}{4}\begin{pmatrix} -9 \\ 1 \\ 7 \end{pmatrix}$ b) $\vec{a}=\begin{pmatrix} -\frac{10}{3} \\ 3 \\ -\frac{7}{3} \end{pmatrix}$ c) $\vec{a}=\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$

3. $x = 0$

4. $\vec{AB}=\begin{pmatrix} 7 \\ 6 \end{pmatrix}$, $\vec{AC}=\begin{pmatrix} 3 \\ c_2+4 \end{pmatrix}$

Bedingung: $\vec{AC}=\lambda\cdot\vec{AB}$

$\Rightarrow 3=\lambda\cdot 7 \Rightarrow \lambda=\frac{3}{7}$

$\Rightarrow c_2+4=\lambda\cdot 6 \Rightarrow c_2+4=\frac{18}{7} \Rightarrow c_2=-\frac{10}{7}$

5.a) $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}=\begin{pmatrix} 1 \\ 8 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}=\begin{pmatrix} 9 \\ -1 \end{pmatrix}$

b) $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}=\begin{pmatrix} -1 \\ -3 \\ 6 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}=\begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$