5.

$$\begin{array}{c} \text{(I)} \\ \text{(II)} \\ \text{(III)} \end{array}\left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & -4 & 1+t & 0 \\ 1 & 1 & 4+t & 0 \end{array}\right) \quad \begin{array}{c} \text{(I)} \\ \text{(II)} \\ \text{(III)} \end{array}\left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -16 & 3+3t & 0 \\ 0 & 2 & 12+3t & 0 \end{array}\right) \quad \begin{array}{c} \text{(I)} \\ \text{(II)} \\ \text{(III)} \end{array}\left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -16 & 3+3t & 0 \\ 0 & 0 & -198-54t & 0 \end{array}\right)$$

$-198-54t=0 \quad \Rightarrow t=-\frac{11}{3}$

$t=-\frac{11}{3}$: Vektoren sind linear abhängig

$t \in \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{11}{3}\right\}$: Vektoren sind linear unabhängig

6.1

$\lambda_1 \vec{u}+\lambda_2 \vec{v}=\vec{0} \quad \Rightarrow \lambda_1(\vec{a}-\vec{b})+\lambda_2(\vec{a}+\vec{b})=\vec{0}$

$(\lambda_1+\lambda_2)\vec{a}+(\lambda_2-\lambda_1)\vec{b}=\vec{0}$

(I) $\lambda_1+\lambda_2=0 \qquad \Rightarrow \lambda_2=-\lambda_1$

(II) $\lambda_2-\lambda_1=0 \qquad \Rightarrow \lambda_1=0 \quad \Rightarrow \lambda_2=0$

$\Rightarrow \vec{u}$ und $\vec{v}$ sind linear unabhängig

6.2

$\lambda_1 \vec{u}+\lambda_2 \vec{v}=\vec{0} \quad \Rightarrow \lambda_1(\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b})+\lambda_2(\vec{b}-\vec{a})=\vec{0}$

$(\frac{1}{2}\lambda_1-\lambda_2)\vec{a}+(\frac{1}{2}\lambda_1+\lambda_2)\vec{b}=\vec{0}$

(I) $\frac{1}{2}\lambda_1-\lambda_2=0 \qquad \Rightarrow \lambda_2=\frac{1}{2}\lambda_1$

(II) $\frac{1}{2}\lambda_1+\lambda_2=0 \qquad \Rightarrow \lambda_1=0 \quad \Rightarrow \lambda_2=0$

$\Rightarrow \vec{u}$ und $\vec{v}$ sind linear unabhängig

7.1

$\overrightarrow{EG}=\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{AG}=-\vec{c}+\frac{1}{2}\vec{a}$

$\overrightarrow{MS}=\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{CS}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}+\frac{2}{3}\overrightarrow{CM_2}$ (M_2 Mittelpunkt von $[EB]$)

$\overrightarrow{MS}=\frac{1}{2}\left(\vec{a}+\vec{b}\right)+\frac{2}{3}\left[-\vec{b}+\frac{1}{2}\left(-\vec{a}+\vec{c}\right)\right]=\frac{1}{6}\vec{a}-\frac{1}{6}\vec{b}+\frac{1}{3}\vec{c}$