

Das Umformen von Summen in Produkte

Beispiel:

$$xy + xz + x = x(y + z + 1)$$

$$\begin{array}{c} \xrightarrow{\text{Ausmultiplizieren}} \\ a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c \\ \xleftarrow{\text{Ausklammern}} \end{array}$$

Eine Summe wird in ein Produkt verwandelt, indem man gemeinsame Faktoren mit der Summe der übrigen Faktoren multipliziert (Faktorisieren).

Aufgaben:

1 $2bx + 4xa$

2 $(x + y) \cdot p + (x + y) \cdot q$

3 Ausklammern von (-1):

$(x + y)$

$(-2a + b)$

4 $12a^4 + 3a^2b^2 - 12a^3b$

5 $(5m + 7)(3x - 3y) + (3 - m)(5x - 5y)$

6 $bu - du - bv + dv + bw - dw$

7 $88ax^3 - 22ax^2 + 132bx^3 - 33bx^2$

8 $(2a - b)(x + y) - (a - b)(2x + 2y)$

9 $ax + ay + bx + by + cx + cy$

10 $175ax + 75ay - 35bx - 15by$

11 $4a^2 - 12ab + 9b^2$

12 $45r^2 - 60rs + 20s^2$

13 $12a^4b^3 + 3a^2b^5$

14 $12x - 20y + 5a^2y - 3a^2x$

Lösungen:

1. $2bx + 4xa = 2x(b + 2a)$

2. $(x + y) \cdot p + (x + y) \cdot q = (x + y) \cdot (p + q)$

3. Ausklammern von (-1):

$$(x + y) = (-1)(-x - y)$$

$$(-2a + b) = (-1)(2a - b)$$

4. $12a^4 + 3a^2b^2 - 12a^3b = 3a^2(4a^2 + b^2 - 4ab) = 3a^2(2a - b)^2$

5. $(5m + 7)(3x - 3y) + (3 - m)(5x - 5y) = (5m + 7) \cdot 3 \cdot (x - y) + (3 - m) \cdot 5 \cdot (x - y) =$

$$(x - y)[(5m + 7) \cdot 3 + (3 - m) \cdot 5] = (x - y)[15m + 21 + 15 - 5m] = (x - y)(10m + 36) = (x - y) \cdot 2 \cdot (5m + 18)$$

6. $bu - du - bv + dv + bw - dw = u(b - d) - v(b - d) + w(b - d) = (b - d)(u - v + w)$

7. $88ax^3 - 22ax^2 + 132bx^3 - 33bx^2 = 11x^2(8ax - 2a + 12bx - 3b) = 11x^2[2a(4x - 1) + 3b(4x - 1)] =$

$$11x^2(4x - 1)(2a + 3b)$$

8. $(2a - b)(x + y) - (a - b)(2x + 2y) = (2a - b)(x + y) - (a - b) \cdot 2 \cdot (x + y) = (x + y)[2a - b - 2 \cdot (a - b)] =$

$$(x + y)(2a - b - 2a + 2b) = (x + y) \cdot b$$

9. $ax + ay + bx + by + cx + cy = a(x + y) + b(x + y) + c(x + y) = (x + y)(a + b + c)$

10. $175ax + 75ay - 35bx - 15by = 25a(7x + 3y) - 5b(7x + 3y) =$

$$(7x + 3y)(25a - 5b) = (7x + 3y) \cdot 5 \cdot (5a - b)$$

11. $4a^2 - 12ab + 9b^2 = (2a - 3b)^2$

12. $45r^2 - 60rs + 20s^2 = 5(9r^2 - 12rs + 4s^2) = 5(3r - 2s)^2$

13. $12a^4b^3 + 3a^2b^5 = 3a^2b^3(4a^2 + b^2)$

14. $12x - 20y + 5a^2y - 3a^2x = 12x - 3a^2x - 20y + 5a^2y = 3x(4 - a^2) - 5y(4 - a^2) =$

$$(4 - a^2)(3x - 5y) = (2 - a)(2 + a)(3x - 5y)$$