Die Exponentialfunktion

Definition:
Eine Funktion $f: x \mapsto a^x$ mit x $\in \mathbb{R}$ und a $\in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$ heißt Exponentialfunktion.

Beispiele:

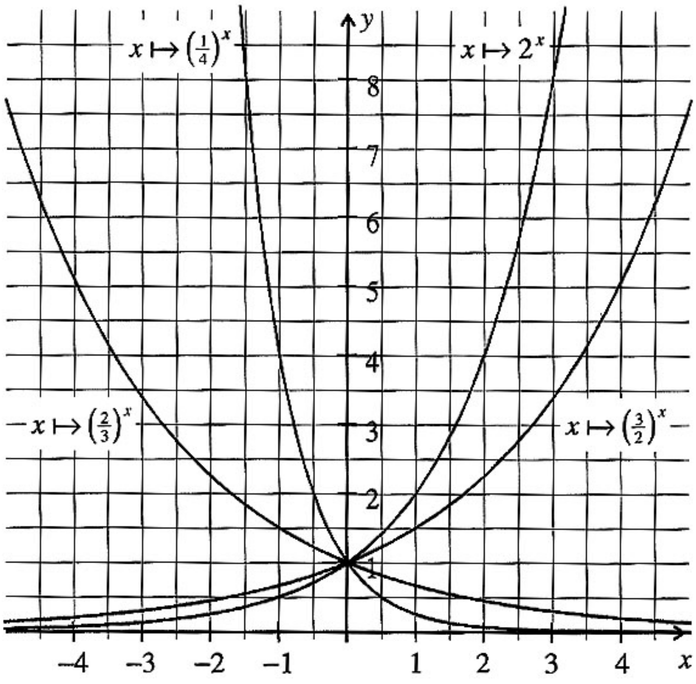
1) Zinseszins: $K_n = K_0(1 + \frac{p}{100})^n$ mit n = Laufzeit in Jahren, p = Zinssatz in %
„Exponentielles Wachstum“

2) Halbwertszeiten von radioaktiven Atomen:
Radium 226 z.B. hat eine Halbwertszeit von 1600 Jahren

$M(t) = M(0) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{1600}}$ mit t = Zeit in Jahren und M(0) = Anfangsmasse in g

„Exponentielle Abnahme“

Graphen von Exponentialfunktionen:



<u>**Eigenschaften der Exponentialfunktion:**</u>

1. Definitions- und Wertemenge: $D = \mathbb{R}$ $\quad W = \mathbb{R}^+$

2. Schnittpunkte mit den Achsen: keine Nullstellen $S_y(0/1)$ für alle $a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$

3. Monotonieverhalten: $a > 1: G_f\ sms$ $\quad 0 < a < 1: G_f\ smf$

4. Grenzverhalten:

$$a > 1: \quad \lim_{x\to\infty}(a^x) \text{ existiert nicht} \quad a^x \to \infty \text{ für } x \to \infty$$

$$\lim_{x\to-\infty}(a^x) = 0$$

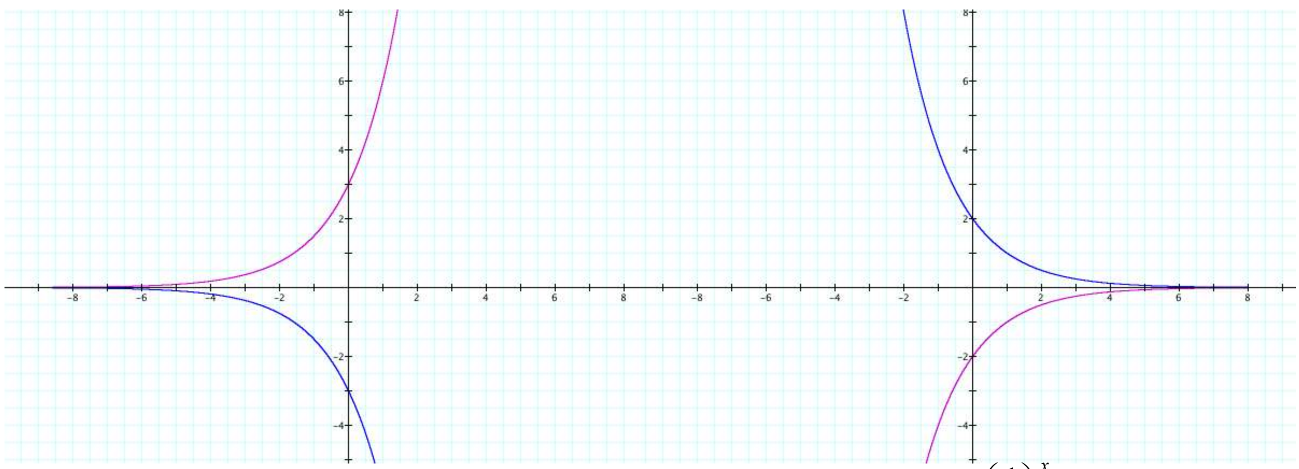
$$0 < a < 1: \quad \lim_{x\to\infty}(a^x) = 0$$

$$\lim_{x\to-\infty}(a^x) \text{ existiert nicht} \quad a^x \to \infty \text{ für } x \to -\infty$$

<u>Die Funktion $f(x) = b \cdot a^x$ mit $a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$, $b \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$:</u>

Beispiele: $f(x) = 3 \cdot 2^x$ und $f(x) = -3 \cdot 2^x$ $\qquad f(x) = 2 \cdot (\frac{1}{2})^x$ und $f(x) = -2 \cdot (\frac{1}{2})^x$

$y = 3 \cdot 2^x$ $\qquad y = 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x$



$y = -3 \cdot 2^x$ $\qquad y = -2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x$