# Die Exponentialfunktion

Definition:
Eine Funktion $f: x \mapsto a^x$ mit $x \in \mathbb{R}$ und $a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$ heißt Exponentialfunktion.

Beispiele:

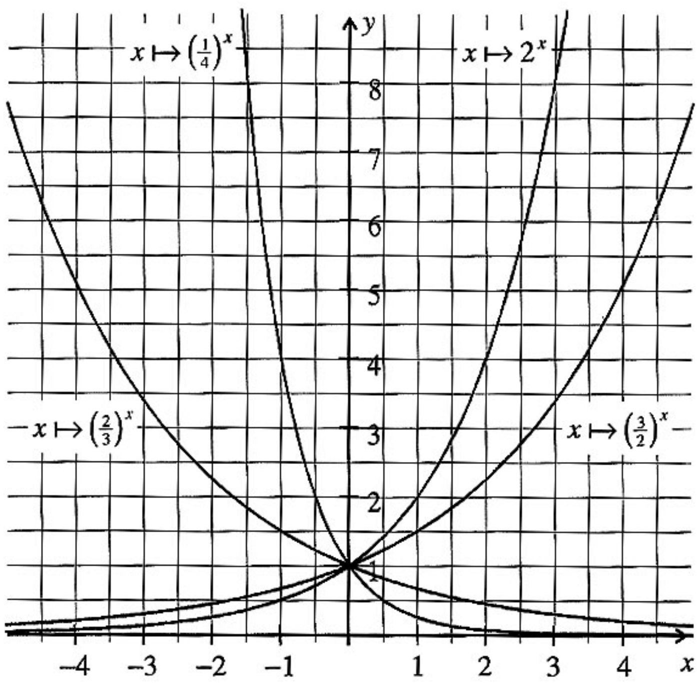
1) Zinseszins: $K_n = K_0 (1 + \frac{p}{100})^n$ mit n = Laufzeit in Jahren, p = Zinssatz in %
„Exponentielles Wachstum“

2) Halbwertszeiten von radioaktiven Atomen:
Radium 226 z.B. hat eine Halbwertszeit von 1600 Jahren

$M(t) = M(0) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{1600}}$ mit t = Zeit in Jahren und M(0) = Anfangsmasse in g

„Exponentielle Abnahme“

Graphen von Exponentialfunktionen:



## <u>Eigenschaften der Exponentialfunktion:</u>

1. Definitions- und Wertemenge: $D_f = \mathbb{R} \qquad W_f = \mathbb{R}^+$

2. Schnittpunkte mit den Achsen: keine Nullstelle $\qquad S_y(0/1)$ für alle $a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$

3. Monotonieverhalten:

$a > 1$: $G_f$ streng monoton steigend

$0 < a < 1$: $G_f$ streng monoton fallend

4. Grenzverhalten:

$a > 1$:

$\lim\limits_{x \to \infty}(a^x)$ existiert nicht $\quad a^x \to +\infty$ für $x \to \infty$

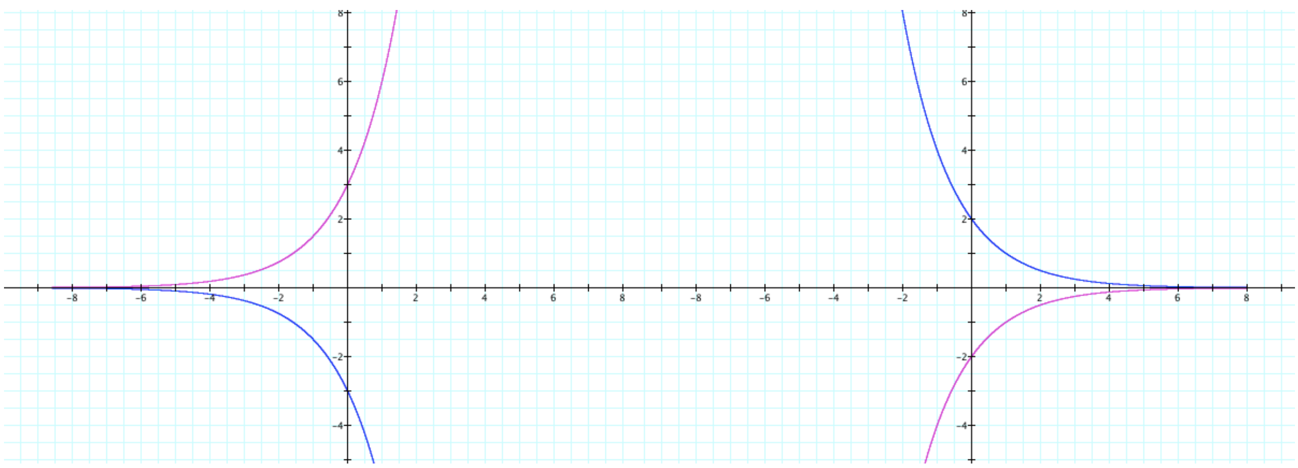
$\lim\limits_{x \to -\infty}(a^x) = 0$

$0 < a < 1$:

$\lim\limits_{x \to \infty}(a^x) = 0$

$\lim\limits_{x \to -\infty}(a^x)$ existiert nicht $\quad a^x \to +\infty$ für $x \to -\infty$

<u>Die Funktion</u> $f(x) = b \cdot a^x$ mit $a \in R^+ \setminus \{1\}, b \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$:




Beispiele: $f(x) = 3 \cdot 2^x$ und $f(x) = -3 \cdot 2^x \qquad f(x) = 2 \cdot (\frac{1}{2})^x$ und $f(x) = -2 \cdot (\frac{1}{2})^x$