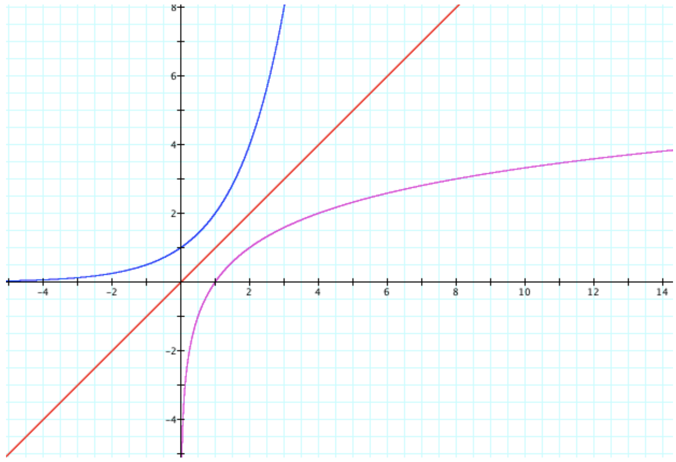
Die Logarithmusfunktion

Definition:

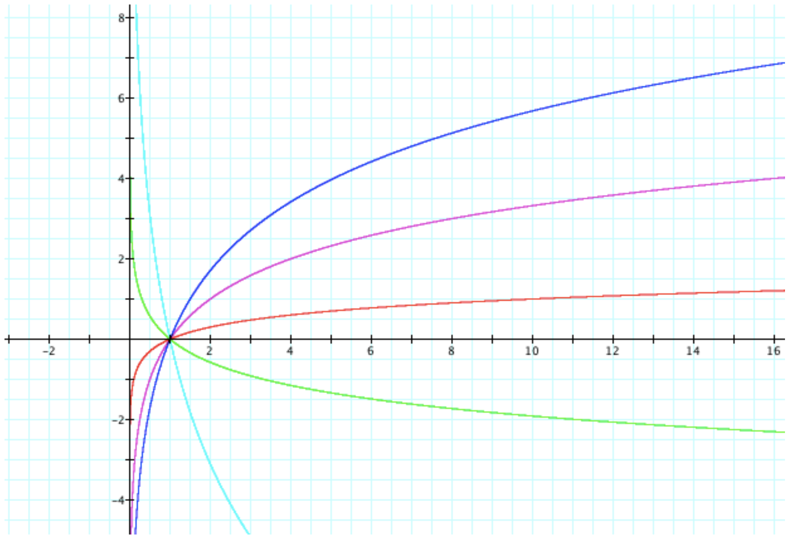
Eine Funktion $f: x \mapsto \log_a x$ mit $x \in \mathbb{R}^+$ und $a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$ heißt Logarithmusfunktion.

Eine Logarithmusfunktion ergibt sich als Umkehrfunktion der entsprechenden Exponentialfunktion.

Zusammenhang Exponentialfunktion und Logarithmusfunktion:



Graphen einiger Logarithmusfunktionen:



Eigenschaften der Logarithmusfunktion:

1. Definitions- und Wertemenge: $D_f = \mathbb{R}^+$ $W_f = \mathbb{R}$

2. Schnittpunkte mit den Achsen: Nullstelle x = 1 $\Rightarrow N(1/0)$ für alle $a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$

Keine Schnittpunkte mit der y-Achse

3. Monotonieverhalten:

$a > 1$: G_f streng monoton steigend

$0 < a < 1$: G_f streng monoton fallend

4. Grenzverhalten:

$a > 1$:

$\lim\limits_{x\to\infty}(\log_a x)$ existiert nicht $\log_a x \to \infty$ für $x \to \infty$

$\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 0}(\log_a x)$ existiert nicht $\log_a x \to -\infty$ für $x \overset{>}{\to} 0$

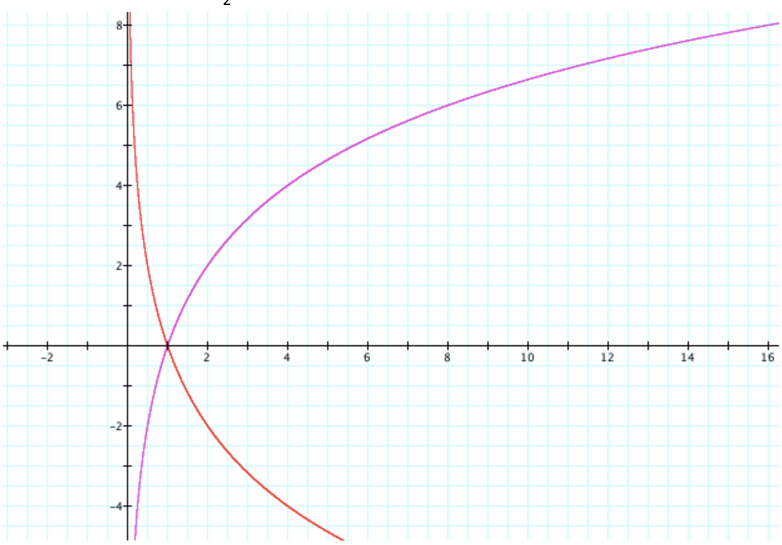
$0 < a < 1$:

$\lim\limits_{x\to\infty}(\log_a x)$ existiert nicht $\log_a x \to -\infty$ für $x \to \infty$

$\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 0}(\log_a x)$ existiert nicht $\log_a x \to \infty$ für $x \overset{>}{\to} 0$

Beispiele:

1) $f(x) = 2 \cdot \log_2 x$ und $f(x) = -2 \cdot \log_2 x$



2) $f(x) = \frac{1}{2} \cdot \log_{0,8} x$ und $f(x) = -\frac{1}{2} \cdot \log_{0,8} x$