Hans-Leipelt-Schule
Staatliche Fachoberschule und Berufsoberschule Donauwörth
Technik • Sozialwesen • Wirtschaft und Verwaltung • Internationale Wirtschaft

Jochen Weber

Geometrische Bedeutung der linearen Abhängigkeit

1. Lineare Abhängigkeit von zwei Vektoren:

Die zwei Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ sollen linear abhängig sein, d.h dann gibt es eine Darstellung der Form $\lambda_1 \cdot \vec{a} + \lambda_2 \cdot \vec{b} = \vec{0}$ mit Zahlen $\lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}$, die nicht beide gleich Null sind.

Gilt z.B $\lambda_1 \neq 0$, so kann man diese Gleichung nach $\vec{a}$ auflösen: $\vec{a} = -\frac{\lambda_2}{\lambda_1} \cdot \vec{b}$.

Der Vektor $\vec{a}$ ist also ein Vielfaches des Vektors $\vec{b}$, d.h. die Vektoren sind zueinander parallel. Man bezeichnet die Vektoren in diesem Fall auch als kollinear.

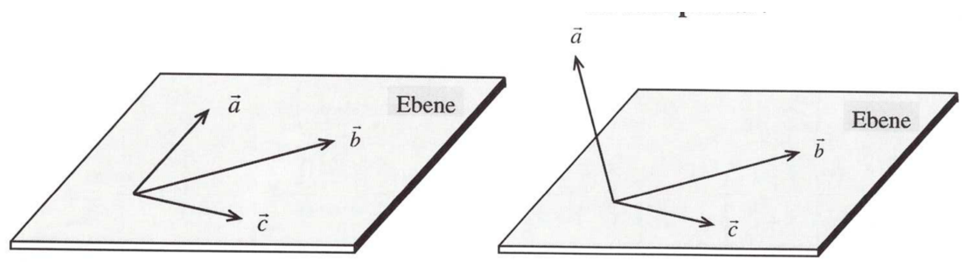
kollineare Vektoren — nicht kollineare Vektoren

2. Lineare Abhängigkeit von drei Vektoren:

Die drei Vektoren $\vec{a}$, $\vec{b}$ und $\vec{c}$ sollen linear abhängig sein, d.h dann gibt es eine Darstellung der Form $\lambda_1 \cdot \vec{a} + \lambda_2 \cdot \vec{b} + \lambda_3 \cdot \vec{c} = \vec{0}$ mit Zahlen $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \in \mathbb{R}$, die nicht alle gleich Null sind.

Gilt z.B $\lambda_1 \neq 0$, so kann man diese Gleichung nach $\vec{a}$ auflösen: $\vec{a} = -\frac{\lambda_2}{\lambda_1} \cdot \vec{b} - \frac{\lambda_3}{\lambda_1} \cdot \vec{c}$.

Der Vektor $\vec{a}$ lässt also als Linearkombination der Vektoren $\vec{b}$ und $\vec{c}$ darstellen.
Sind die Vektoren $\vec{a}$, $\vec{b}$ und $\vec{c}$ linear abhängige, vom Nullvektor verschiedene Vektoren, dann liegen sie in einer Ebene.
Man bezeichnet in diesem Fall die Vektoren auch als komplanar.



komplanare Vektoren — nicht komplanare Vektoren