LEHRPLÄNE

MATHEMATIK

Jahrgangsstufe 13

Lerngebiete: **Analysis**

13.1	Eigenschaften gebrochen-rationaler Funktionen	12 Std.
13.2	Ableitungsregeln	8 Std.
13.3	Kurvendiskussion gebrochen-rationaler Funktionen	15 Std.
13.4	Kurvendiskussion von Exponential- und Logarithmusfunktionen	15 Std.
13.5	Kurvendiskussion zusammengesetzter Exponential- und Logarithmusfunktionen	36 Std.
Lineare Algebra und Analytische Geometrie		
13.6	Vektoren im $\mathbb{R}^2$ und $\mathbb{R}^3$	12 Std.
13.7	Matrizen	9 Std.
13.8	Lineare Unabhängigkeit von Vektoren im $\mathbb{R}^2$ und $\mathbb{R}^3$; lineare Gleichungssysteme	23 Std.
13.9	Leontief-Modell	12 Std.
13.10	Geometrische Anwendungen im $\mathbb{R}^3$	23 Std.
		165 Std.

LERNZIELE | LERNINHALTE | HINWEISE ZUM UNTERRICHT

Analysis

13.1 Eigenschaften gebrochen-rationaler 12 Std.

Funktionen

Die Schülerinnen und Schüler lernen die gebrochen-rationalen Funktionen kennen und üben sich darin, Eigenschaften solcher Funktionen zu bestimmen.	Echt und unecht gebrochen-rationale Funktionen	Eigenschaften der Potenzfunktionen $f: x \mapsto x^{-n}$ mit $n \in \mathbb{N}$ ansprechen Lösen von Bruchgleichungen und Bruchungleichungen
	Verhalten der Funktionswerte in der Umgebung einer Definitionslücke und für $x \to \pm\infty$	
	Unendlichkeitsstelle und stetig behebbare Definitionslücke, stetige Fortsetzung	Unendlichkeitsstellen mit und ohne Vorzeichenwechsel unterscheiden
	Polynomdivision mit Rest Senkrechte, waagrechte und schiefe Asymptoten	Auf Schnittpunkte mit Asymptoten eingehen

13.2 Ableitungsregeln 8 Std.

Die Schülerinnen und Schüler lernen den Begriff der Verkettung kennen, erarbeiten sich die Ableitungsregeln und wenden diese zur Ableitung von rationalen Funktionen an.	Produktregel Quotientenregel Verkettung von Funktionen und Kettenregel Ableitung von rationalen Funktionen	Beispiele für Verkettung: $f(x) = \frac{1}{x^2+2}$ bzw. $f(x) = (3x+2)^4$

13.3 Kurvendiskussion gebrochen-rationaler Funktionen 15 Std.

Die Schülerinnen und Schüler gewinnen Sicherheit in der Kurvendiskussion gebrochen-rationaler Funktionen. Sie üben sich in der Berechnung einfacher Integrale.	Kurvendiskussion von gebrochen-rationalen Funktionen	Auf die Diskussion von Funktionenscharen wird verzich tet.
	Integrale der Form $\int (ax+b)^m dx$ mit $m \in Z \setminus \{-1\}$	
	Uneigentliche Integrale 1. Art	Erweiterung des Begriffs Flächeninhalt

13.4 Exponential- und Logarithmusfunktionen — 15 Std.

13.4.1 Die Schülerinnen und Schüler lernen die Exponential- und Logarithmusfunktionen kennen. Zum Lösen entsprechender Gleichungen werden die Potenz- und Logarithmusgesetze angewendet. Anhand charakteristischer Anwendungsbeispiele entwickeln sie ein Bewusstsein für die Bedeutung dieser Funktionen.	Exponentialfunktionen mit Basis $a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$ Eigenschaften der Funktionsgraphen Exponentielles Wachstum und exponentielle Abnahme	Als Anwendungsbeispiele eignen sich: Kapitalmehrung, radioaktiver Zerfall, Bevölkerungswachstum, Bierschaumzerfall etc.
	Logarithmusfunktionen als Umkehrfunktionen der Exponentialfunktionen Logarithmusgesetze, Basisumrechnung Eigenschaften der Funktionsgraphen	Hier sollen auch Beispiele zum dekadischen Logarithmu betrachtet werden (pH-Wert, Lautstärkeskala etc.). Verwendung auch von logarithmischen Skalen
13.4.2 Die Schülerinnen und Schüler lernen die Exponentialfunktion mit Basis e sowie die natürliche Logarithmusfunktion und deren Ableitungen kennen. Sie erwerben die Fähigkeit, Integrale zu berechnen, die mit der Exponentialfunktion oder der Logarithmusfunktion in Zusammenhang stehen.	Exponentialfunktion mit Basis e Ableitung der natürlichen Exponentialfunktion Logarithmusfunktion mit Basis e	Darstellung von e als Grenzwert von $\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$ für $n \to \infty$
	Ableitung der natürlichen Logarithmusfunktion Bestimmung von $\int e^{ax+b}dx$ durch Umkehrung der Kettenregel	Die Methode, die Ableitung einer Funktion durch die Ableitung ihrer Umkehrfunktion zu gewinnen, sollte exemplarisch vorgestellt werden.
	Berechnung von Integralen unter Verwendung von $\int \frac{1}{ax+b}dx$	Beispiele auch der Form: $\int \frac{ax^2+bx+c}{x^2}dx$ und $\int \frac{ax^2+bx+c}{mx+t}dx$

13.5 Kurvendiskussion zusammengesetzter Exponential- und Logarithmusfunktionen — 36 Std.

13.5.1 Die Schülerinnen und Schüler erfahren, dass die Regeln von de L'Hospital geeignet sind, das Berechnen von Grenzwerten zu erleichtern.	Regeln von de L'Hospital	Es genügt, die Regeln plausibel zu machen und sich auf die Fälle „$\frac{0}{0}$“, „$\frac{\infty}{\infty}$“ und „$0 \cdot \infty$“ zu beschränken.
13.5.2 Die Schülerinnen und Schüler lernen, ihr erworbenes Wissen zur Kurvendiskussion auf Funktionen anzuwenden, die Exponential- und Logarithmusfunktionen enthalten. Sie erkennen, dass sich eine breite Palette von Anwendungen – exakt oder näherungsweise – mit Hilfe dieser Funktionen beschreiben lässt und die Differenzial- und Integralrechnung wichtige Hilfsmittel zur Untersuchung bereitstellt. Sie versuchen selbst Funktionen zu ermitteln, die Sachzusammenhänge näherungsweise beschreiben.	Kurvendiskussion von Funktionen, die als Produkt, Quotient, Summe oder Verkettung von Exponential-, Logarithmus- und Polynomfunktionen sowie gebrochen-rationalen Funktionen entstehen Flächenberechnungen Anwendungsaufgaben und Modellbildung	Beschränkung auf einfache Funktionstypen Die mathematischen Begriffe (Steigung, Krümmung, Extremum, Wendepunkt, Grenzwert etc.) sollten nochmals in verschiedenen Sachzusammenhängen illustriert werden. Das Aufstellen von Näherungsfunktionen kann besonders bei größeren Datenmengen mit Computerunterstützung erfolgen.

Lineare Algebra und Analytische Geometrie

13.6 Vektoren im $\mathbb{R}^2$ und $\mathbb{R}^3$ 12 Std.

Die Schülerinnen und Schüler lernen mit Hilfe der Deutung eines Vektors als Translation die Darstellung von Vektoren in einem kartesischen Koordinatensystem	Geometrischer Vektor als Menge aller parallelgleichen Pfeile Repräsentant eines Vektors Nullvektor, Gegenvektor	Vektorielle Größen aus der Physik dienen zur Verdeutlichung

der Ebene oder des Raumes kennen. Durch die Verkettung von Translationen wird die Vektoraddition und die S-Multiplikation einsichtig. Die Schülerinnen und Schüler lernen, mit Hilfe der Addition und S-Multiplikation in Koordinatenschreibweise mit Vektoren zu rechnen.	Addition von Vektoren und S-Multiplikation und deren Rechengesetze Punkte und Ortsvektoren, Koordinatensysteme, Koordinaten Addition und S-Multiplikation in Koordinatenschreibweise	Auf die axiomatische Behandlung des Vektorraums wird verzichtet. Unterscheidung zwischen Punkten und Vektoren

13.7 Matrizen 9 Std.

Die Schülerinnen und Schüler lernen mit Hilfe von Matrizen und deren Verknüpfungen eine Möglichkeit kennen, Größen und Beziehungen einfach darzustellen.	Matrix als Zahlenschema Addition von Matrizen Multiplikation einer Matrix mit einer reellen Zahl Multiplikation einer Matrix mit einem Vektor Rechengesetze, Einheitsmatrix	Stückliste Übergangsmatrix Verflechtungstabelle

13.8 Lineare Unabhängigkeit von Vektoren im $\mathbb{R}^2$ und $\mathbb{R}^3$; lineare Gleichungssysteme 23 Std.

Die Schülerinnen und Schüler lernen, dass die Verbindung von Addition und S-Multiplikation zur Linearkombination von Vektoren führt. Der Versuch, einen Vektor als Linearkombination von Vektoren zu schreiben, führt sie zu einem linearen Gleichungssystem. Die Schülerinnen und	Linearkombination von Vektoren Produkt aus einer Matrix und einem Vektor Gauß-Algorithmus Lösbarkeit eines linearen Gleichungssystems, Lineare Abhängigkeit und Unabhängigkeit von Vektoren Basis und Dimension eines reellen Vektor-	Deutung der Gleichungen des Systems als Koordinatengleichungen einer Vektorgleichung Über- und unterbestimmtes System Kollineare, komplanare Vektoren Hier keine Berechnung von Teilverhältnissen

Schüler lösen das lineare Gleichungssystem und lernen das Gauß-Eliminationsverfahren als leistungsfähige Lösungsmethode kennen. Die eindeutige Darstellbarkeit eines Vektors als Linearkombination führt sie dann zur Definition der linearen Unabhängigkeit von Vektoren und zu den Begriffen der Basis und Dimension eines Vektorraums.	raums Koordinaten eines Vektors bezüglich einer beliebigen Basis Anwendungsaufgaben zu linearen Gleichungssystemen mit höchstens vier Unbekannten	Lineare Gleichungssysteme werden auch zum Aufstellen von Funktionsgleichungen in der Analysis verwendet.

13.9 Leontief-Modell 12 Std.

Die Schülerinnen und Schüler lernen, die Beschreibung von wirtschaftlichen Zusammenhängen durch Matrizen in der Input-Output-Analyse kennen und lösen entsprechende Anwendungsaufgaben auch mit dem Gauß-Algorithmus	Input-Output-Analyse, Leontief-Modell Produktionsvektor $\vec{x}$, Konsumvektor $\vec{y}$, Inputmatrix A $(E - A) \cdot \vec{x} = \vec{y}$	Volkswirtschaftliche und betriebswirtschaftliche Anwendungen Anstelle des Begriffs Konsumvektor sind auch die Begriffe Marktvektor oder Nachfragevektor gebräuchlich.

13.10 Geometrische Anwendungen im $\mathbb{R}^3$ 23 Std.

Die Schülerinnen und Schüler lernen, Punkte, Geraden und Ebenen darzustellen sowie Aussagen über die gegenseitige Lage und die Schnittmenge zu machen. Lineare Gleichungssysteme lassen sich nun geometrisch interpretieren und deren Lösung lässt sich deuten. Sie lernen, sich die gegenseitige räumliche Lage der geometrischen Objekte vorzustellen und in Skizzen darzustellen.	Punktraum Geradengleichung Parameterform, Koordinatenform und Achsenabschnittsform der Ebenengleichung Besondere Lagen von Geraden und Ebenen im Koordinatensystem Gegenseitige Lage von Punkten, Geraden und Ebenen Schnittmengen	Die Koordinatenform der Ebenengleichung kann mit Hilfe des Gauß-Algorithmus gewonnen werden. Schnitt mehrerer Ebenen

ANLAGE

Mitglieder der Lehrplankommission:

Claus Katzer	München
Dieter Pratsch	Augsburg
Michael Storath	Kempten
Werner Maul	ISB, München
Jakob Maurer	ISB, München