Fachlehrpläne

Berufsoberschule: Mathematik 12 (T)

In den Lernbereichen 1 und 2 sollen die Kompetenzen auch anhand von Funktionenscharen (mit linearem Scharparameter) erworben werden. In den Lernbereichen 3 bis 5 sollen dagegen keine Funktionenscharen diskutiert werden.

M12 Lernbereich 1: Ganzrationale Funktionen (ca. 25 Std.)

Kompetenzerwartungen

Die Schülerinnen und Schüler ...

- beschreiben und ermitteln die wesentlichen Eigenschaften von linearen und quadratischen Funktionen und deren Graphen (insbesondere Nullstellen, Steigung und y-Achsenabschnitt einer Geraden, Scheitelpunkt und Öffnungsrichtung einer Parabel), um die zugehörigen Graphen zu skizzieren.
- ermitteln die Wertemenge einer ganzrationalen Funktion unter Beachtung ihrer maximalen bzw. eingeschränkten Definitionsmenge.
- ermitteln Nullstellen ganzrationaler Funktionen samt ihrer Vielfachheit mithilfe geeigneter Verfahren: Ausklammern, Anwenden binomischer Formeln, systematisches Probieren, Polynomdivision und Substitution. Sie stellen den Funktionsterm vollständig faktorisiert dar und bestimmen das Vorzeichenverhalten der Funktionswerte in der Umgebung der Nullstellen, um damit den Graphen der Funktion zu skizzieren. Außerdem berechnen sie die Koordinaten der gemeinsamen Punkte zweier Funktionsgraphen.
- beschreiben das Verhalten der Funktionswerte ganzrationaler Funktionen für $x \to \infty$ bzw. $x \to -\infty$ und entscheiden, ob die Funktionsgraphen eine Symmetrie (Achsensymmetrie zur y-Achse, Punktsymmetrie zum Koordinatenursprung) aufweisen.
- zeichnen bzw. skizzieren die Graphen von ganzrationalen Funktionen, um z. B. die Lösungsmenge von Ungleichungen, in denen ganzrationale Terme vorkommen, anzugeben. Dabei nutzen sie vorgegebene oder bereits durch Rechnung ermittelte Eigenschaften der Funktionen.
- treffen geeignete Aussagen zu Fragestellungen hinsichtlich anwendungsbezogener Vorgänge, die sich durch ganzrationale Funktionen modellieren lassen.
- stellen anhand ausreichend vieler bekannter Informationen über eine ganzrationale Funktion und/oder über ihren Graphen den dazugehörigen Funktionsterm auf, um damit auf weitere Eigenschaften der Funktion und/oder auf den weiteren Verlauf des Graphen zu schließen.

M12 Lernbereich 2: Differenzialrechnung bei ganzrationalen Funktionen (ca. 44 Std.)

Kompetenzerwartungen

Die Schülerinnen und Schüler ...

- berechnen Werte von Differenzenquotienten und deuten diese geometrisch als Sekantensteigungen. Außerdem interpretieren sie den Differenzenquotienten als mittlere Änderungsrate und nutzen diese Interpretation auch im Sachkontext, z. B. durchschnittliche Steigung eines Wegs, Durchschnittsgeschwindigkeit.
- deuten den Wert eines Differenzialquotienten geometrisch als Tangentensteigung, interpretieren ihn als lokale Änderungsrate und nutzen diese Interpretation auch im Sachkontext (z. B. Momentangeschwindigkeit, größte Abnahmegeschwindigkeit der Konzentration eines Medikamentes im Blut nach der Einnahme des Medikamentes) und argumentieren damit. Sie ermitteln für ganzrationale Funktionen Werte für Differenzialquotienten anschaulich, z. B. grafisch.
- erläutern die Bedeutung des Grenzwerts einer Funktion anschaulich auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs, insbesondere für $x \to \infty$, für $x \to -\infty$, für $x \to x_0$ und bei der Bestimmung der Ableitung.
- erläutern den Begriff der lokalen Differenzierbarkeit anschaulich anhand von geeigneten Funktionsgraphen. Dabei skizzieren sie auch Graphen von Funktionen, die nicht differenzierbar sind, z. B. den Graphen der Betragsfunktion.
- ermitteln die größtmöglichen Intervalle, in denen der Graph einer ganzrationalen Funktion jeweils gleiches Monotonieverhalten bzw. Krümmungsverhalten aufweist. Dafür berechnen sie Ableitungen, insbesondere mit den Ableitungsregeln. Weiterhin begründen sie damit die Existenz von relativen Extrempunkten und Wendepunkten. Sie bestimmen ferner Art und Koordinaten solcher Punkte.
- entscheiden über die Existenz und Lage von absoluten Extrempunkten und Randextrempunkten eines Funktionsgraphen. Damit ermitteln sie auch die Wertemenge der zugehörigen Funktion.
- berechnen die Änderungsrate einer Größe mithilfe von Ableitungsfunktionen und bestimmen insbesondere Stellen stärksten Wachstums und stärkster Abnahme.
- entscheiden, ob sich aus vorgegebenen Informationen bzgl. einer ganzrationalen Funktion f und ihrer Ableitungsfunktionen (bzw. deren Graphen) ein zugehöriger Funktionsterm f(x) ermitteln lässt. Damit bestimmen sie weitere Eigenschaften des zugehörigen Graphen von f. Ggf. auftretende Gleichungssysteme lösen sie routiniert mit bekannten Lösungsverfahren.
- lösen anwendungsorientierte Optimierungsprobleme (z. B. das Problem des geringsten Materialverschnitts) mit den Methoden der Differenzialrechnung. Dabei achten sie auf die Verwendung einer sinnvollen Definitionsmenge für die zur

Modellierung verwendeten Zielfunktion und berücksichtigen deren ggf. vorhandene Randextrema bezüglich dieser Definitionsmenge.
- beschreiben und begründen, wie der Graph einer Funktion mit dem Verlauf des Graphen der zugehörigen Ableitungsfunktion bzw. der zugehörigen Stammfunktion zusammenhängt, um ausgehend vom Graphen einer dieser beiden Funktionen den qualitativen Verlauf des jeweils anderen Funktionsgraphen zu skizzieren.
- schließen aus dem Term einer Funktion auf die Terme der zugehörigen Stammfunktionen.

M12 Lernbereich 3: Exponentialfunktion und Logarithmus (ca. 13 Std.)

Kompetenzerwartungen

Die Schülerinnen und Schüler ...

- beschreiben und ermitteln die grundlegenden Eigenschaften der Funktion $x \mapsto a \cdot b^{c \cdot (x - d)} + y_0$ $(b > 0)$, um bei exponentiellen Vorgängen in Realsituationen Vorhersagen zu treffen.
- entscheiden, welchen Einfluss eine Veränderung der Werte der Parameter a, b, c, d und y_0 jeweils auf den Verlauf des Graphen der Funktion $x \mapsto a \cdot b^{c \cdot (x - d)} + y_0$ $(b > 0$ und insbesondere $b = e)$ hat. Umgekehrt bestimmen sie anhand eines vorgegebenen Graphen einer solchen Funktion möglichst viele Informationen über den zugehörigen Funktionsterm.
- modellieren den exponentiellen Zusammenhang zweier Größen in anwendungsorientierten Problemstellungen (z. B. Kapitalverzinsung, radioaktiver Zerfall, Bakterienwachstum) durch geeignete Funktionen, um Aussagen über die Entwicklung einer Größe in Abhängigkeit der anderen Größe zu treffen.
- berechnen, für welche Werte der unabhängigen Größe (z. B. Zeit t) die abhängige exponentiell wachsende Größe (z. B. Anzahl der Bakterien) bestimmte Werte annimmt, um beispielsweise Vorhersagen bezüglich der zeitlichen Entwicklung einer Populationsgröße zu treffen. Beim Lösen der auftretenden Exponentialgleichungen verwenden sie die Logarithmen und die Logarithmusgesetze sicher.

M12 Lernbereich 4: Kurvendiskussion von Funktionen, die aus Verknüpfung/ Verkettung von Exponentialfunktionen mit linearen und quadratischen Funktionen hervorgehen (ca. 12 Std.)

Kompetenzerwartungen

Die Schülerinnen und Schüler ...

- diskutieren die Eigenschaften von Funktionen der Form $x \mapsto f(x) \cdot e^{g(x)} + y_0$ und $x \mapsto h(e^x)$. Dabei sind f, g und h lineare oder quadratische Funktionen. Die in diesem Zusammenhang auftretenden Ableitungen berechnen sie unter Verwendung der Kettenregel und der Produktregel. Darüber hinaus zeichnen bzw. skizzieren sie die Funktionsgraphen unter Verwendung der diskutierten Eigenschaften dieser Funktionen.
- lösen anwendungsorientierte Problemstellungen (z. B. Analyse der Entwicklung der Schadstoffkonzentration in der Atmosphäre), bei denen durch Idealisierung und/oder Modellierung Funktionen der Form $x \mapsto f(x) \cdot e^{g(x)} + y_0$ auftreten. Dabei sind f und g lineare oder quadratische Funktionen.

M12 Lernbereich 5: Integralrechnung (ca. 8 Std.)

Kompetenzerwartungen

Die Schülerinnen und Schüler ...

- führen den Nachweis, dass eine vorgegebene Funktion F eine Stammfunktion von f ist.
- bestimmen neben Termen von Stammfunktionen ganzrationaler Funktionen auch Terme von Stammfunktionen für Funktionen der Form $x \mapsto a \cdot e^{c \cdot (x - d)} + y_0$ und $x \mapsto h(e^x)$. h ist dabei eine ganzrationale Funktion vom Grad höchstens zwei.
- berechnen mithilfe von Stammfunktionen Werte von bestimmten Integralen, um damit Flächenbilanzen und Maßzahlen von Flächeninhalten endlicher Flächenstücke zu bestimmen, die durch vertikale Geraden und/oder Graphen von ganzrationalen Funktionen begrenzt sind, und nutzen ihr Verständnis, dass das bestimmte Integral eine Flächenbilanz beschreibt, für Argumentationen im Sachzusammenhang.

M12 Lernbereich 6: Vektoren im IR^2 und IR^3, lineare Unabhängigkeit und lineare Gleichungssysteme (ca. 14 Std.)

Kompetenzerwartungen

Die Schülerinnen und Schüler ...

- visualisieren die Addition, Subtraktion und skalare Multiplikation von Vektoren des Anschauungsraums mithilfe von geeigneten Repräsentanten, um z. B. grafisch die resultierende Kraft auf einen Körper zu bestimmen, auf den mehrere Teilkräfte wirken.
- stellen die Vektoren des Anschauungsraums durch Spaltenvektoren (bzgl. der Standardbasis) dar und bilden Linearkombinationen von Vektoren, um damit die Koordinaten der Ortsvektoren von speziellen Punkten in geometrischen Objekten (z. B. Schwerpunkt eines Dreiecks) im zwei- oder dreidimensionalen Anschauungsraum zu berechnen.
- entscheiden, ob eine endliche Menge von Vektoren linear abhängig oder linear unabhängig ist und ob sie eine Basis des zugrunde liegenden Vektorraums bildet.
- berechnen die Lösungsmenge eines linearen Gleichungssystems mit maximal drei Gleichungen und vier Unbekannten, indem sie unter Verwendung der erweiterten Koeffizientenmatrix die elementaren Umformungen des Gauß'schen Eliminationsverfahren (Gauß-Verfahren) anwenden, um auch anwendungsorientierte Aufgaben übersichtlich und rasch zu lösen.

M12 Lernbereich 7: Produkte von Vektoren (ca. 9 Std.)

Kompetenzerwartungen

Die Schülerinnen und Schüler ...

- berechnen das Skalarprodukt zweier Vektoren, um z. B. den Kosinus des Winkels zwischen beiden Vektoren zu bestimmen. Sie folgern daraus die Größe des Winkels zwischen den beiden Vektoren und prüfen, ob die beiden Vektoren orthogonal sind.
- bestimmen das Vektorprodukt zweier Vektoren sowie dessen Betrag, um damit z. B. einen gemeinsamen Normalenvektor der beiden Vektoren zu bilden sowie Maßzahlen von Flächeninhalten bei Parallelogrammen und Dreiecken zu berechnen.
- ermitteln das Spatprodukt dreier Vektoren sowie dessen Betrag, um damit u. a. die Maßzahl der Rauminhalte von geometrischen Körpern (z. B. Spat, Pyramide) zu berechnen.

M12 Lernbereich 8: Geraden und Ebenen im Raum – Geometrische Anwendungen im IR^3 (ca. 15 Std.)

Kompetenzerwartungen

Die Schülerinnen und Schüler ...

- beschreiben Geraden und Ebenen in einem Koordinatensystem des IR^3 durch geeignete Gleichungen in Parameterform und ermitteln für Ebenen auch mögliche Gleichungen in Koordinatenform und Achsenabschnittsform, z. B. mithilfe des Normalenvektors der Ebene.
- bestimmen die gegenseitige Lage zwischen gleichartigen und verschiedenen Objekten (Punkt, Gerade, Ebene) in einem kartesischen Koordinatensystem des IR^3, berechnen Abstände zwischen ihnen (in der Regel mit der Lotfußpunktmethode) und ermitteln vorhandene Schnittmengen und die Größe von Schnittwinkeln. Damit lösen sie auch anwendungsbezogene Probleme.
- berechnen die Koordinaten der Spurpunkte von Geraden, die Koordinaten der Achsenschnittpunkte von Ebenen sowie die Gleichungen der Spurgeraden von Ebenen im Koordinatensystem, um damit die Lagen von Geraden und Ebenen im Koordinatensystem des IR^3 zu beschreiben.
- folgern aus Geraden- und Ebenengleichungen eventuell vorhandene spezielle Lagen der zugehörigen Geraden und Ebenen im Koordinatensystem des IR^3 und verbalisieren diese speziellen Lagen. Ebenso fertigen sie damit Schrägbildskizzen dieser Geraden und Ebenen an.