

Lineare Gleichungen mit einem Parameter

Beispiele:

$$1 \quad 5x - 5a = 2x - 6 \Rightarrow 3x = 5a - 6 \Rightarrow x = \frac{5}{3}a - 2 \Rightarrow \text{IL} = \left\{ \frac{5}{3}a - 2 \right\}$$

$$2 \quad \frac{3}{4}x - \frac{1}{2} = \frac{1}{4}tx \quad t \in \mathbb{R}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{4}x - \frac{1}{4}tx = \frac{1}{2} \Rightarrow 3x - tx = 2 \Rightarrow x \cdot (3 - t) = 2$$

$$1. \text{ Fall: } t = 3 \quad x \cdot (3 - 3) = 2 \Rightarrow 0 = 2 \Rightarrow \text{IL} = \{ \}$$

$$2. \text{ Fall: } t \neq 3 \Rightarrow \text{IL} = \left\{ \frac{2}{3 - t} \right\}$$

Aufgaben:

1.0 Bestimmen Sie die Lösungsmenge in Abhängigkeit vom Parameter.

1.1 $-5a + x = 3$

1.2 $2x + 3k = 8$

1.3 $7t - 3x = x - 3t$

2.0 Bestimmen Sie die Lösungsmenge. Achten Sie auf die Fallunterscheidungen.

2.1 $8ax - 3 = 7ax - 2$

2.2 $5ux + 1 = 3ux + u$

2.3 $mx - 1 = m + 3x$

2.4 $(r - 2) \cdot (r - x) = 2r - 4$

Lösungen zu den Aufgaben:

1.1 $x = 3 + 5a \Rightarrow IL = \{3 + 5a\}$

1.2 $2x = 8 - 3k \Rightarrow x = 4 - \frac{3}{2}k \Rightarrow IL = \left\{4 - \frac{3}{2}k\right\}$

1.3 $4x = 10t \Rightarrow x = \frac{5}{2}t \Rightarrow IL = \left\{\frac{5}{2}t\right\}$

2.1

$ax = 1$

1. Fall: $a = 0 \Rightarrow 0 = 1 \Rightarrow IL = \{ \}$

2. Fall: $a \neq 0 \Rightarrow IL = \left\{\frac{1}{a}\right\}$

2.2

$2ux = u - 1$

1. Fall: $u = 0 \Rightarrow 0 = -1 \Rightarrow IL = \{ \}$

2. Fall: $u \neq 0 \Rightarrow IL = \left\{\frac{u-1}{2u}\right\}$

2.3

$mx - 3x = m + 1 \Rightarrow x \cdot (m - 3) = m + 1$

1. Fall: $m = 3 \Rightarrow 0 = 4 \Rightarrow IL = \{ \}$

2. Fall: $m \neq 3 \Rightarrow IL = \left\{\frac{m+1}{m-3}\right\}$

2.4

$r^2 - rx - 2r + 2x = 2r - 4 \Rightarrow 2x - rx = -r^2 + 4r - 4 \Rightarrow x \cdot (2 - r) = -r^2 + 4r - 4$

1. Fall: $r = 2 \Rightarrow 0 = 0 \Rightarrow IL = \mathbb{R}$

2. Fall: $m \neq 2 \Rightarrow IL = \left\{\frac{-r^2 + 4r - 4}{r - 2}\right\} \Rightarrow IL = \{-r + 2\}$