

Lineare Ungleichungen

Beispiel:

Der Zusammenhang zwischen Grad Celsius und Grad Fahrenheit kann mit Hilfe der Funktion $y = 1,8x + 32$ (x in Grad Celsius, y in Grad Fahrenheit) beschrieben werden.

Bestimmen Sie, für welche Celsiusgrade die Fahrenheitgrade kleiner als Null sind.

Ansatz: $1,8x + 32 < 0$

$$\Rightarrow 1,8x < -32 \Rightarrow x < -17\frac{7}{9}$$

Mengenschreibweise: $IL = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid x < -17\frac{7}{9} \right\}$

Intervallschreibweise: $IL = \left] -\infty; -17\frac{7}{9} \right[$

Aufgaben:

1.0 Bestimmen Sie die Lösungsmenge der Ungleichungen.

1.1 $-2x - 8 \geq 8$

1.2 $3x + 5 > -4$

1.3 $0 > \frac{1}{3}x - 3$

1.4 $\frac{3}{2} - (1,5x - 4) \leq -\frac{5}{2}x$

1.5 $4x - 5 \geq 2 \cdot (x - 3)$

1.6 $2 \cdot (3x + 2) < 2 \cdot (38 - x) - x$

2.0 Eine Firma produziert Geschenkartikel. Die Produktionskosten in Euro für x Artikel werden beschrieben durch den Term $K(x) = 0,85 \cdot x + 24$. Der Erlös für einen Artikel berechnet sich gemäß $E(x) = 1,45 \cdot x$.

2.1 Geben Sie einen Term an, durch den sich der Gewinn $G(x)$ für x Artikel berechnet.

2.2 Bestimmen Sie, ab welcher Stückzahl die Firma einen Gewinn erzielt.

3 Zwei Stromanbieter A und B geben die monatlichen Kosten in Euro für eine Anzahl von x kWh wie folgt an:

$$K_A(x) = 0,195 \cdot x + 21,35 \quad \text{und} \quad K_B(x) = 0,265 \cdot x + 18,55.$$

Berechnen Sie, ab welchem Verbrauch der Anbieter A günstiger ist.

Lösungen zu den Aufgaben:

$$1.1 \quad -2x \geq 16 \Rightarrow x \leq -8 \Rightarrow \text{IL} =]-\infty; -8]$$

$$1.2 \quad 3x > -9 \Rightarrow x > -3 \Rightarrow \text{IL} =]-3; \infty[$$

$$1.3 \quad \frac{1}{3}x < 3 \Rightarrow x < 9 \Rightarrow \text{IL} =]-\infty; 9[$$

$$1.4 \quad \frac{3}{2} - 1,5x + 4 \leq -\frac{5}{2}x \Rightarrow x \leq -5,5 \Rightarrow \text{IL} =]-\infty; -5,5]$$

$$1.5 \quad 4x - 5 \geq 2x - 6 \Rightarrow 2x \geq -1 \Rightarrow x \geq -\frac{1}{2} \Rightarrow \text{IL} = \left[-\frac{1}{2}; \infty\right[$$

$$1.6 \quad 6x + 4 < 76 - 2x - x \Rightarrow 9x < 72 \Rightarrow x < 8 \Rightarrow \text{IL} =]-\infty; 8[$$

$$2.1 \quad G(x) = E(x) - K(x) = 1,45x - (0,85x + 24) = 0,6x - 24$$

2.2

$$0,6x - 24 > 0 \quad 0,6x > 24 \Rightarrow x > 40$$

Die Firma erzielt ab einer Stückzahl von 41 einen Gewinn.

3

$$0,195x + 21,35 < 0,265x + 18,55 \Rightarrow -0,07x < -2,8 \Rightarrow x > 40$$

Der Anbieter A ist ab einem Verbrauch von 41 kWh günstiger.