

Lösen von Exponentialgleichungen

Beispiele:

1. $2^x = 8 \Rightarrow x = 3$ "Probieren"

2. $\left(\frac{3}{4}\right)^{2x} = \frac{27}{64} \Rightarrow x = \frac{3}{2}$

3. $2^{3x-2} = 2^7$ "Exponentenvergleich"
 $\Rightarrow 3x - 2 = 7 \Rightarrow x = 3$

4. $5^x = 30$

Auflösen nach x liefert:

$x = \log_5 30$ (Logarithmus von 30 zur Basis 5)

Besondere Logarithmen:

a) Zehnerlogarithmus (Basis 10)

$\log_{10} 3 = \lg 3 \approx 0,47712$

b) Natürlicher Logarithmus (Basis e)

$\log_e 3 = \ln 3 \approx 1,0986$

Berechnung von Logarithmen mit anderer Basis mit Hilfe von lg bzw. ln:

$$\log_c a = \frac{\lg a}{\lg c} = \frac{\ln a}{\ln c}$$

Beispiel: $\log_5 30 = \frac{\lg 30}{\lg 5} \approx 2,1133$

Aufgaben:

1. $\left(\frac{1}{2}\right)^x = 0,2$

$x = \log_{0,5} 0,2 \approx 2,3219$

2. $2^{x-1} = 35$

$x - 1 = \log_2 35 \Rightarrow x = \log_2 35 + 1 \approx 6,1293$

3. $\frac{1}{4} \cdot 5^{y+2} = 250$

$5^{y+2} = 1000 \Rightarrow y + 2 = \log_5 1000 \Rightarrow y = \log_5 1000 - 2 \approx 2,2920$

4. $4^{3z-2} = 4^{z+1}$

$3z - 2 = z + 1 \Rightarrow 2z = 3 \Rightarrow z = \frac{3}{2}$

5.

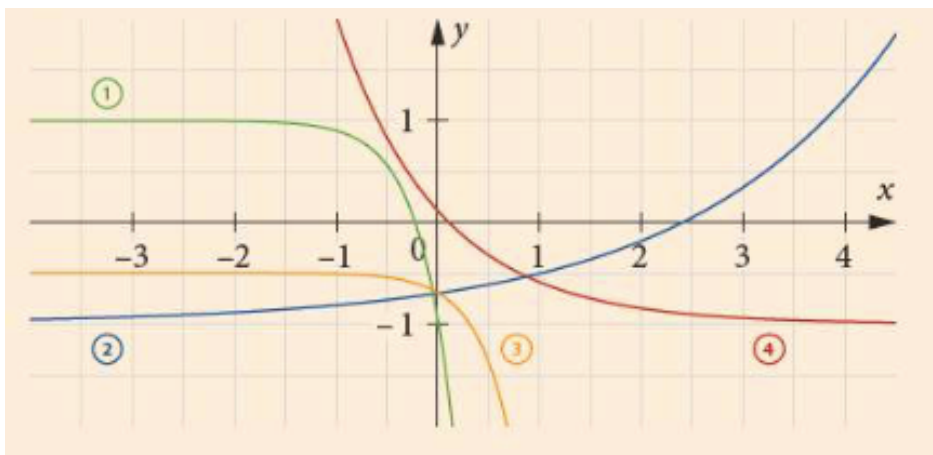
$e^{5x} + 5 = 5e^{5x}$

$4e^{5x} = 5 \Rightarrow e^{5x} = 1,25 \Rightarrow 5x = \ln 1,25 \Rightarrow x = \frac{\ln 1,25}{5} \approx 0,045$

6. Berechnen Sie Schnittpunkte der Funktionsgraphen mit den Koordinatenachsen.

Ordnen Sie mithilfe der Ergebnisse jeden Funktionsterm dem richtigen Graphen zu.

$f(x) = -2e^{3x} + 1$ $g(x) = 0,3e^{0,5x} - 1$ $h(x) = -0,2e^{x-1} - 0,5$ $k(x) = 3e^{-x-1} - 1$



8.0 Gegeben sind die beiden Funktionen f und g mit $f(x) = 8e^{-x} - 3$ und $g(x) = 3 - e^x$.

8.1 Berechnen Sie die Schnittpunkte der beiden Graphen mit den Koordinatenachsen.

$$f(0) = 5 \Rightarrow S_y(0/5)$$

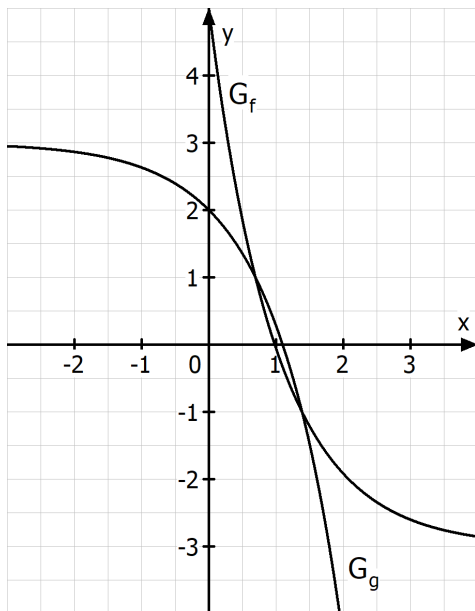
$$8e^{-x} - 3 = 0 \Rightarrow 8e^{-x} = 3 \Rightarrow e^{-x} = \frac{3}{8}$$

$$\Rightarrow x = \frac{\ln \frac{3}{8}}{-1} \approx 0,98 \Rightarrow N(0,98/0)$$

$$g(0) = 3 \Rightarrow S_y(0/3)$$

$$3 - e^x = 0 \Rightarrow e^x = 3 \Rightarrow x = \ln 3 \approx 1,10 \Rightarrow N(1,10/0)$$

8.2 Zeichnen Sie die beiden Graphen für $-1 \leq x \leq 2$ in ein gemeinsames Koordinatensystem.



8.3 Ermitteln Sie rechnerisch die gemeinsamen Punkte beider Graphen.

$$8e^{-x} - 3 = 3 - e^x \Rightarrow 8e^{-x} + e^x - 3 = 0 \Rightarrow e^{2x} - 3e^x + 8 = 0$$

Substitution: $z = e^x$

$$\Rightarrow z^2 - 3z + 8 = 0 \Rightarrow z_1 = 2 \quad z_2 = 4$$

Resubstitution:

$$e^x = 2 \Rightarrow x = \ln 2 \quad e^x = 4 \Rightarrow x = \ln 4$$

$$\Rightarrow S_1(\ln 2 / 1) \quad S_2(\ln 4 / -1)$$

