

Produkt aus Matrix und Vektor

Beispiel:

Eine Firma stellt drei verschiedene Produkte A, B und C her. Die Produkte durchlaufen während ihrer Herstellung drei verschiedene Werkstätten, eine Schreiner, eine Schlosser- und eine Kunststoffwerkstatt. Dabei wird zur Herstellung eines Stücks dieser Produkte jeweils eine bestimmte Anzahl von Arbeitsstunden in den einzelnen Werkstätten benötigt:

	A	B	C
Schreinerei	6	2	0
Schlosserei	4	3	3
Kunststoff	0	1	4

Es sollen nun 4 Stück des Produkts A, 3 Stück des Produkts B und 1 Stück des Produkts C hergestellt werden.

Bestimmen Sie, wie viele Arbeitsstunden in den einzelnen Werkstätten benötigt werden.

Schreinerwerkstatt: $4 \cdot 6 + 3 \cdot 2 + 1 \cdot 0 = 30$ Arbeitsstunden

Schlosserwerkstatt: $4 \cdot 4 + 3 \cdot 3 + 1 \cdot 3 = 28$ Arbeitsstunden

Kunststoffwerkstatt: $4 \cdot 0 + 3 \cdot 1 + 1 \cdot 4 = 7$ Arbeitsstunden

Verkürzte Schreibweise:
$$\begin{pmatrix} 6 & 2 & 0 \\ 4 & 3 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 30 \\ 28 \\ 7 \end{pmatrix}$$

Ein rechteckiges Zahlenschema wie $\begin{pmatrix} 6 & 2 & 0 \\ 4 & 3 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$ bezeichnet man als **Matrix**.

Ausführliche Schreibweise für die Multiplikation eines Vektors mit einer Matrix für das obige Beispiel:

$$\begin{pmatrix} 6 & 2 & 0 \\ 4 & 3 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \cdot 4 + 2 \cdot 3 + 0 \cdot 1 \\ 4 \cdot 4 + 3 \cdot 3 + 3 \cdot 1 \\ 0 \cdot 4 + 1 \cdot 3 + 4 \cdot 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 30 \\ 28 \\ 7 \end{pmatrix}$$

Rechenregel: „Zeile mal Spalte“

Aufgabe:

Bestimmen Sie, wie viel Stück der Werkstücke A, B und C hergestellt werden können, wenn in der Schreinerwerkstatt 22 Stunden, in der Schlosserwerkstatt 33 Stunden und in der Kunststoffwerkstatt 22 Stunden benötigt werden.

$$\begin{pmatrix} 6 & 2 & 0 \\ 4 & 3 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 22 \\ 33 \\ 22 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 6x_1 + 2x_2 + 0x_3 \\ 4x_1 + 3x_2 + 3x_3 \\ 0x_1 + x_2 + 4x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 22 \\ 33 \\ 22 \end{pmatrix}$$

(I) $6x_1 + 2x_2 + 0x_3 = 22$

(II) $4x_1 + 3x_2 + 3x_3 = 33$ "Lineares Gleichungssystem"

(III) $0x_1 + x_2 + 4x_3 = 22$