

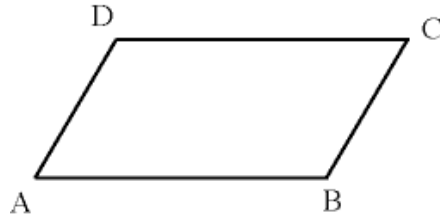
Linearkombination von Vektoren (Vektorketten)

Beispiele:

1) Parallelogramm:

Gegeben ist das Parallelogramm ABCD, das durch die Vektoren $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ und $\vec{b} = \overrightarrow{BC}$ aufgespannt wird.

Drücken Sie die Vektoren \overrightarrow{AC} und \overrightarrow{BD} durch die gegebenen Vektoren \vec{a} und \vec{b} aus.

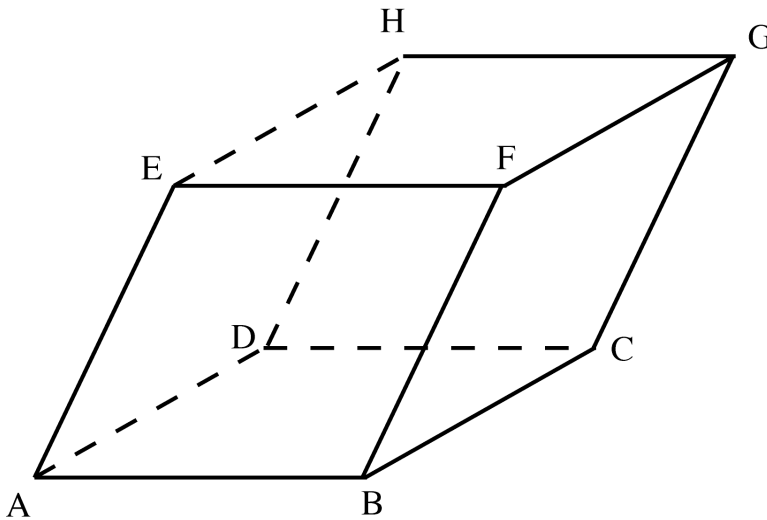


$$\begin{aligned}\overrightarrow{AC} &= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \vec{a} + \vec{b} \\ \overrightarrow{BD} &= \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD} = -\vec{a} + \vec{b}\end{aligned}$$

2) Parallelepiped (Spat):

Die Vektoren $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{b} = \overrightarrow{BC}$ und $\vec{c} = \overrightarrow{CG}$ spannen ein Parallelepiped auf.

Drücken Sie die Vektoren \overrightarrow{BD} , \overrightarrow{BE} , \overrightarrow{AH} und \overrightarrow{BH} durch die gegebenen Vektoren \vec{a} , \vec{b} und \vec{c} aus.



$$\begin{aligned}\overrightarrow{BD} &= \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD} = -\vec{a} + \vec{b} \\ \overrightarrow{BE} &= \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AE} = -\vec{a} + \vec{c} \\ \overrightarrow{AH} &= \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DH} = \vec{b} + \vec{c} \\ \overrightarrow{BH} &= \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DH} = -\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}\end{aligned}$$

Aufgaben:

1) Die Vektoren $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{b} = \overrightarrow{BC}$ und $\vec{c} = \overrightarrow{CG}$ spannen ein Parallelfeld auf.

Gegeben sind ferner $\overrightarrow{AA_1} = \frac{2}{5}\vec{a}$ und $\overrightarrow{AA_2} = \frac{4}{7}\vec{b}$.

Drücken Sie die Vektoren $\overrightarrow{A_1G}$, $\overrightarrow{A_2F}$ und $\overrightarrow{A_1M}$, wobei M der Mittelpunkt des Parallelogramms BCGF ist, durch die gegebenen Vektoren \vec{a} , \vec{b} und \vec{c} aus.

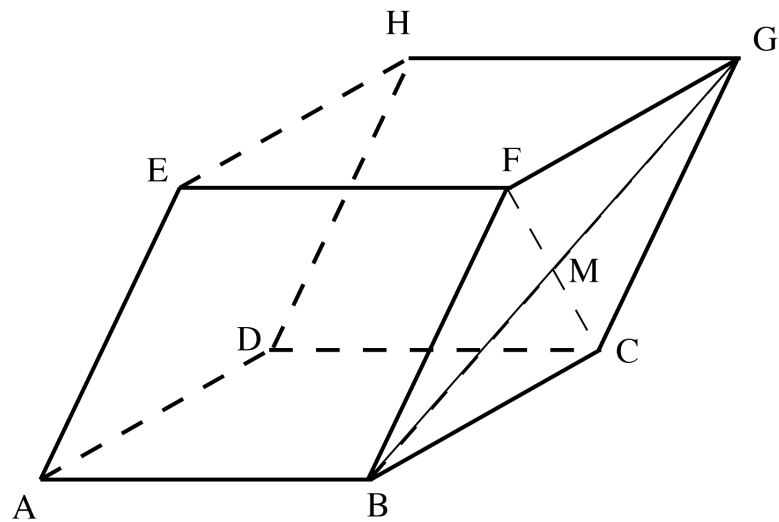
2) Gegeben ist das Parallelogramm ABCD, das durch die Vektoren $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ und $\vec{b} = \overrightarrow{AD}$ aufgespannt wird.

Für die Punkte E und F gilt: $\overrightarrow{DE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{DC}$ und $\overrightarrow{AF} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$

Drücken Sie den Vektor \overrightarrow{EF} durch die gegebenen Vektoren \vec{a} und \vec{b} aus.

Lösungen:

1)

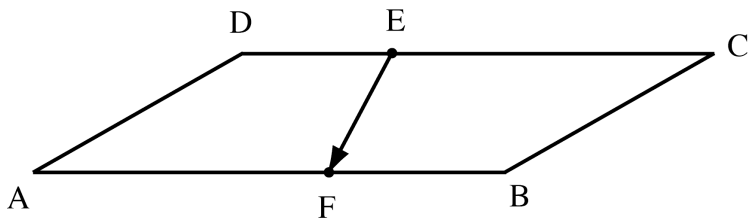


$$\vec{A_1G} = \vec{A_1B} + \vec{BC} + \vec{CG} = \frac{3}{5}\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$$

$$\vec{A_2F} = \vec{A_2D} + \vec{DH} + \vec{HG} + \vec{GF} = \frac{3}{7}\vec{b} + \vec{c} + \vec{a} - \vec{b} = \vec{a} - \frac{4}{7}\vec{b} + \vec{c}$$

$$\vec{A_1M} = \vec{A_1B} + \vec{BM} = \frac{3}{5}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{BG} = \frac{3}{5}\vec{a} + \frac{1}{2}(\vec{BC} + \vec{CG}) = \frac{3}{5}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c}$$

2)



$$\vec{EF} = \vec{ED} + \vec{DA} + \vec{AF} = -\frac{1}{3}\vec{a} - \vec{b} + \frac{2}{3}\vec{a} = \frac{1}{3}\vec{a} - \vec{b}$$