# Bruchterme

Beispiel:

Für die Herstellung einer Schülerzeitung macht die Druckerei folgendes Angebot:
900 € Festkosten und 0,50 € pro Heft.
Die Kosten pro Heft (in Euro kann man in Abhängigkeit der Anzahl der gedruckten Schülerzeitungen mithilfe des Terms $k(x)=0{,}50+\frac{900}{x}$ berechnet werden.

> Terme, bei denen Variablen im Nenner vorkommen, heißen Bruchterme.
> Bei Bruchtermen ist besonders auf die Definitionsmenge zu achten, weil der Nenner nicht null werden darf.

Definitionsmenge im Beispiel: $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$

## Definitionsmenge von Bruchtermen

Aufgaben:

1 $\frac{x}{x+1}$

2 $\frac{-2x}{5x+25}$

3 $\frac{-12x+1}{-7x-49}$

4 $\frac{5}{x\cdot(x-3)}$

5 $\frac{15x}{(x-5)\cdot(x-2)}$

6 $\frac{3x+10}{(x+3)^2}$

7 $\frac{4x+1}{x^2+4x}$

8 $\frac{x+6}{x^2-9}$

9 $\frac{x^2-2}{x^2-20x+100}$

10 $\frac{6x}{36-x^2}$

11 $\frac{5x}{x^2-5x+4}$

12 $\frac{x^2-2}{x^2-x-2}$

Lösungen zu den Aufgaben:

1 $\frac{x}{x+1} \quad \Rightarrow D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$

2 $\frac{-2x}{5x+25} \quad \Rightarrow D=\mathbb{R}\setminus\{-5\}$

3 $\frac{-12x+1}{-7x-49} \quad \Rightarrow D=\mathbb{R}\setminus\{-7\}$

4 $\frac{5}{x\cdot(x-3)} \quad \Rightarrow D=\mathbb{R}\setminus\{0;3\}$

5 $\frac{15x}{(x-5)\cdot(x-2)} \quad \Rightarrow D=\mathbb{R}\setminus\{2;5\}$

6 $\frac{3x+10}{(x+3)^2} \quad \Rightarrow D=\mathbb{R}\setminus\{-3\}$

7 $\frac{4x+1}{x^2+4x}=\frac{4x+1}{x\cdot(x+4)} \quad \Rightarrow D=\mathbb{R}\setminus\{-4;0\}$

8 $\frac{x+6}{x^2-9}=\frac{x+6}{(x-3)\cdot(x+3)} \quad \Rightarrow D=\mathbb{R}\setminus\{-3;3\}$

9 $\frac{x^2-2}{x^2-20x+100}=\frac{x^2-2}{(x-10)^2} \quad \Rightarrow D=\mathbb{R}\setminus\{10\}$

10 $\frac{6x}{36-x^2}=\frac{6x}{(6-x)\cdot(6+x)} \quad \Rightarrow D=\mathbb{R}\setminus\{-6;6\}$

11 $\frac{5x}{x^2-5x+4}=\frac{5x}{(x-1)\cdot(x-4)} \quad \Rightarrow D=\mathbb{R}\setminus\{1;4\}$

12 $\frac{x^2-2}{x^2-x-2}=\frac{x^2-2}{(x-2)\cdot(x+1)} \quad \Rightarrow D=\mathbb{R}\setminus\{-1;2\}$

**Kürzen von Bruchtermen**

Aufgaben:

1 $\frac{7x}{x(x-1)}$ $\quad D=\mathbb{R}\setminus\{0;1\}$

2 $\frac{3x}{2x-x^2}$ $\quad D=\mathbb{R}\setminus\{0;2\}$

| |
|---|
| Vor dem Kürzen eines Bruchterms müssen der Zähler und der Nenner zuerst faktorisiert werden. |

3 $\frac{5x^2}{10x-25x^2}$ $\quad D=\mathbb{R}\setminus\left\{0;\frac{2}{5}\right\}$

4 $\frac{3x+5}{6x^2+10x}$ $\quad D=\mathbb{R}\setminus\left\{-\frac{5}{3};0\right\}$

5 $\frac{x^2-6x+9}{3x^2-27}$ $\quad D=\mathbb{R}\setminus\{-3;3\}$

6 $\frac{(4x^2-x)+(8x-2)}{4x-1}$ $\quad D=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{1}{4}\right\}$

7 $\frac{7-21x}{15x-5}$ $\quad D=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{1}{3}\right\}$

8 $\frac{10x^2+25x}{4x^2-25}$ $\quad D=\mathbb{R}\setminus\{-2{,}5;2{,}5\}$

9 $\frac{x^2-25}{3x-15}$ $\quad D=\mathbb{R}\setminus\{5\}$

Lösungen zu den Aufgaben:

1 $\frac{7x}{x(x-1)}=\frac{7}{x-1}$ $\quad D=\mathbb{R}\setminus\left\{0;1\right\}$

2 $\frac{3x}{2x-x^2}=\frac{3x}{x(2-x)}=\frac{3}{2-x}$ $\quad D=\mathbb{R}\setminus\left\{0;2\right\}$

3 $\frac{5x^2}{10x-25x^2}=\frac{5x^2}{5x(2-5x)}=\frac{x}{2-5x}$ $\quad D=\mathbb{R}\setminus\left\{0;\frac{2}{5}\right\}$

4 $\frac{3x+5}{6x^2+10x}=\frac{3x+5}{2x\cdot\left(3x+5\right)}=\frac{1}{2x}$ $\quad D=\mathbb{R}\setminus\left\{-\frac{5}{3};0\right\}$

5 $\frac{x^2-6x+9}{3x^2-27}=\frac{\left(x-3\right)^2}{3\cdot\left(x^2-9\right)}=\frac{\left(x-3\right)^2}{3\cdot\left(x-3\right)\cdot\left(x+3\right)}=\frac{x-3}{3\cdot\left(x+3\right)}$ $\quad D=\mathbb{R}\setminus\left\{-3;3\right\}$

6 $\frac{(4x^2-x)+(8x-2)}{4x-1}=\frac{x(4x-1)+2(4x-1)}{4x-1}=\frac{(4x-1)(x+2)}{4x-1}=x+2$ $\quad D=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{1}{4}\right\}$

7 $\frac{7-21x}{15x-5}=\frac{7(1-3x)}{5(3x-1)}=\frac{7(-1)(3x-1)}{5(3x-1)}=-\frac{7}{5}$ $\quad D=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{1}{3}\right\}$

8 $\frac{10x^2+25x}{4x^2-25}=\frac{5x\cdot\left(2x+5\right)}{\left(2x-5\right)\cdot\left(2x+5\right)}=\frac{5x}{2x-5}$ $\quad D=\mathbb{R}\setminus\left\{-2,5;2,5\right\}$

9 $\frac{x^2-25}{3x-15}=\frac{\left(x-5\right)\cdot\left(x+5\right)}{3\cdot\left(x-5\right)}=\frac{x+5}{3}=\frac{1}{3}x+\frac{5}{3}$ $\quad D=\mathbb{R}\setminus\left\{5\right\}$

## Addieren und Subtrahieren von Bruchtermen

Beispiele:

1 $\frac{2}{x}+\frac{5}{x}=\frac{2+5}{x}=\frac{7}{x} \quad D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$

2 $\frac{1}{x-1}-\frac{x}{x-1}=\frac{1-x}{x-1}=\frac{-(x-1)}{x-1}=-1 \quad D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$

3 $\frac{1}{2x-6}+\frac{5}{3x-9}-\frac{1}{x} \qquad D=\mathbb{R}\setminus\{0;3\}$

Hauptnenner suchen:

$2x-6=2(x-3)$

$3x-9=3(x-3)$

$x=x$

$\Rightarrow \text{HN}: 2\cdot(x-3)\cdot 3\cdot x$

$$\Rightarrow \frac{1\cdot 3x}{2\cdot(x-3)\cdot 3\cdot x}+\frac{5\cdot 2x}{2\cdot(x-3)\cdot 3\cdot x}-\frac{1\cdot 2\cdot 3\cdot(x-3)}{2\cdot(x-3)\cdot 3\cdot x}=\frac{3x+10x-6(x-3)}{2\cdot(x-3)\cdot 3\cdot x}=$$

$$=\frac{3x+10x-6x+18}{2\cdot(x-3)\cdot 3\cdot x}=\frac{7x+18}{2\cdot(x-3)\cdot 3\cdot x}$$

Bruchterme mit gleichem Nenner werden addiert (subtrahiert), indem man die Zähler addiert (subtrahiert) und den Nenner beibehält.

$$\frac{Z_1}{N}+\frac{Z_2}{N}=\frac{Z_1+Z_2}{N} \qquad \frac{Z_1}{N}-\frac{Z_2}{N}=\frac{Z_1-Z_2}{N}$$

Haben Bruchterme verschiedene Nenner, so bringt man sie vor dem Addieren (Subtrahieren) auf den Hauptnenner.

Aufgaben:

1 $\frac{1}{2x}-\frac{1}{6x}$

2 $\frac{2}{2x-1}-\frac{-2x+1}{2x-1}$

3 $\frac{4}{x^2-25}-\frac{3}{x+5}$

4 $\frac{4}{x-2}-\frac{7}{x^2-2x}$

5 $\frac{x}{x-4}+\frac{1}{x+4}$

6 $\frac{5x+3}{x^2-9}-\frac{20}{4x-12}$

7 $x+\frac{2x+1}{x+1}$

8 $\frac{x}{2-x}+\frac{x}{x-2}$

9 $\frac{25-x}{12-3x^2}-\frac{1}{x^3-4x}+\frac{x-2}{3x^2}$

10 $\frac{x+4}{x-4}-\frac{x-4}{x+4}+\frac{64}{x^2-16}$

11 $\frac{3x+5}{15x-25}-\frac{12x}{9x^2-25}-\frac{3x-5}{15x+25}$

Lösungen zu den Aufgaben:

1 $\frac{1}{2x}-\frac{1}{6x}$ HN: 6x

$$\frac{3}{6x}-\frac{1}{6x}=\frac{2}{6x}=\frac{1}{3x} \quad D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$$

2 $\frac{2}{2x-1}-\frac{-2x+1}{2x-1}=\frac{2-(-2x+1)}{2x-1}=\frac{2+2x-1}{2x-1}=\frac{2x+1}{2x-1} \quad D=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{1}{2}\right\}$

3 $\frac{4}{x^2-25}-\frac{3}{x+5}$ HN: $(x-5)\cdot(x+5)$

$$\frac{4-3\cdot(x-5)}{(x-5)\cdot(x+5)}=\frac{19-3x}{x^2-25} \quad D=\mathbb{R}\setminus\{-5;5\}$$

4 $\frac{4}{x-2}-\frac{7}{x^2-2x}$ HN: $x\cdot(x-2)$

$$\frac{4x-7}{x\cdot(x-2)}=\frac{4x-7}{x^2-2x} \quad D=\mathbb{R}\setminus\{0;2\}$$

5 $\frac{x}{x-4}+\frac{1}{x+4}$ HN: $(x-4)(x+4)$

$$\frac{x\cdot(x+4)}{(x-4)(x+4)}+\frac{x-4}{(x-4)(x+4)}=\frac{x^2+4x+x-4}{(x-4)(x+4)}=\frac{x^2+5x-4}{(x-4)(x+4)} \quad D=\mathbb{R}\setminus\{-4;4\}$$

6 $\frac{5x+3}{x^2-9}-\frac{20}{4x-12}$ HN: $4\cdot(x-3)\cdot(x+3)$

$$\frac{(5x+3)\cdot 4-20\cdot(x+3)}{4\cdot(x-3)\cdot(x+3)}=\frac{20x+12-20x-60}{4\cdot(x-3)\cdot(x+3)}=\frac{-48}{4\cdot(x-3)\cdot(x+3)} \quad D=\mathbb{R}\setminus\{-3;3\}$$

7 $x+\frac{2x+1}{x+1}=\frac{x\cdot(x+1)}{x+1}+\frac{2x+1}{x+1}=\frac{x^2+x+2x+1}{x+1}=\frac{x^2+3x+1}{x+1} \quad D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$

8 $\frac{x}{2-x}+\frac{x}{x-2}$ HN: $x-2$

$$\frac{-x}{x-2}+\frac{x}{x-2}=0 \quad D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$$

9 $\frac{25-x}{12-3x^2}-\frac{1}{x^3-4x}+\frac{x-2}{3x^2}$ HN: $-3x^2(x-2)(x+2)$

$$\frac{(25-x)\cdot x^2}{-3x^2(x-2)(x+2)}-\frac{-3x}{-3x^2(x-2)(x+2)}+\frac{(x-2)(-1)(x-2)(x+2)}{-3x^2(x-2)(x+2)}=$$

$$\frac{25x^2-x^3+3x-(x-2)(x^2-4)}{-3x^2(x-2)(x+2)}=\frac{25x^2-x^3+3x-(x^3-4x-2x^2+8)}{-3x^2(x-2)(x+2)}=$$

$$\frac{25x^2-x^3+3x-x^3+4x+2x^2-8}{-3x^2(x-2)(x+2)}=\frac{-2x^3+27x^2+7x-8}{-3x^2(x-2)(x+2)} \quad D=\mathbb{R}\setminus\{-2;0;2\}$$

10 $\frac{x+4}{x-4}-\frac{x-4}{x+4}+\frac{64}{x^2-16}$ HN: $x^2-16$

$$\frac{(x+4)(x+4)}{x^2-16}-\frac{(x-4)(x-4)}{x^2-16}+\frac{64}{x^2-16}=\frac{x^2+8x+16-(x^2-8x+16)+64}{x^2-16}=$$

$$\frac{16x+64}{x^2-16}=\frac{16(x+4)}{x^2-16}=\frac{16}{x-4} \qquad D=\mathbb{R}\setminus\{-4;4\}$$

11 $\frac{3x+5}{15x-25}-\frac{12x}{9x^2-25}-\frac{3x-5}{15x+25}$ HN: $5(3x-5)(3x+5)$

$$\frac{(3x+5)(3x+5)}{5(3x-5)(3x+5)}-\frac{12x\cdot 5}{5(3x-5)(3x+5)}-\frac{(3x-5)(3x-5)}{5(3x-5)(3x+5)}=$$

$$\frac{9x^2+30x+25-60x-(9x^2-30x+25)}{5(3x-5)(3x+5)}=0 \qquad D=\mathbb{R}\setminus\left\{-\frac{5}{3};\frac{5}{3}\right\}$$

## Multiplizieren und Dividieren von Bruchtermen

Beispiele:

1 $\frac{4a^2}{3b^2}\cdot\frac{15b}{16a}=\frac{4a^2\cdot 15b}{3b^2\cdot 16a}=\frac{5a}{4b}\quad D: a\neq 0;\ b\neq 0$

2 $\frac{5x^2+5yx}{x^2-y^2}\cdot(4x-4y)=\frac{(5x^2+5yx)\cdot(4x-4y)}{x^2-y^2}=$

$\frac{5x(x+y)\cdot 4\cdot(x-y)}{x^2-y^2}=20x\quad D: x\neq y;\ x\neq -y$

Bruchterme werden miteinander multipliziert, indem man das Produkt der Zähler durch das Produkt der Nenner dividiert.

$$\frac{Z_1}{N_1}\cdot\frac{Z_2}{N_2}=\frac{Z_1\cdot Z_2}{N_1\cdot N_2}$$

Bemerkungen:

1. Vor dem Ausmultiplizieren kürzen, wenn möglich.
   Dazu müssen Zähler und Nenner zuerst faktorisiert werden.

2. Definitionsmenge beachten.

3 $\frac{4}{x^4}:\frac{8}{x^2}=\frac{4}{x^4}\cdot\frac{x^2}{8}=\frac{1}{2x^2}\quad D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$

4 $\frac{2x+2}{x+2}:\frac{4+4x}{4-x^2}=\frac{2(x+1)}{x+2}\cdot\frac{(2-x)(2+x)}{4(1+x)}=\frac{2-x}{2}\quad D=\mathbb{R}\setminus\{-2;-1;2\}$

Durch einen Bruchterm wird dividiert, indem man mit seinem Kehrbruch multipliziert.

$$\frac{Z_1}{N_1}:\frac{Z_2}{N_2}=\frac{Z_1}{N_1}\cdot\frac{N_2}{Z_2}=\frac{Z_1\cdot N_2}{N_1\cdot Z_2}$$

Aufgaben:

1 $\frac{2x^2}{15y}\cdot\frac{25y^2}{4x^3}$

2 $\frac{23x}{x^3}:\frac{46}{x^2}$

3 $\frac{15a}{b+c}\cdot\frac{4(b+c)}{45a^2}$

4 $\frac{2-x}{2y}:\frac{2y}{x-2}$

5 $\frac{5a}{14(a+b)}\cdot\frac{7(a+b)}{10b}$

6 $\frac{4x-3y}{x-2y}:\frac{6y-8x}{y-2x}$

7 $\frac{x+y}{2x}:[2(x+y)]$

8 $\frac{6(u-v)}{25uv}:\frac{8(v-u)}{15uv}$

9 $\frac{95m^2+19mn}{25m^2-n^2}\cdot\frac{(5m-n)^2}{13mn}$

10 $\frac{a^2-b^2}{x(x^2-2xy+y^2)}:\frac{a-b}{xy-y^2}$

11 $\frac{3x^2-27}{6x+12}:\frac{x^2-6x+9}{x^2+4x+4}$

12 $(4x^2+4x+1)\cdot\frac{x^2-2x^3}{4x^2+2x}$

13 $\frac{x^2-y^2}{5x}:\frac{x-y}{x+y}$

14 $\frac{3ab-b^2}{a^2-2ab+b^2}:\frac{b}{a-b}$

15 $\frac{a^2-b^2}{9-b^2}:\frac{a^2-2ab+b^2}{9+6b+b^2}$

Lösungen zu den Aufgaben:

1 $\frac{2x^2}{15y}\cdot\frac{25y^2}{4x^3}=\frac{5y}{6x}$ D: $x\neq 0;\ y\neq 0$

2 $\frac{23x}{x^3}:\frac{46}{x^2}=\frac{23}{x^2}\cdot\frac{x^2}{46}=\frac{1}{2}$ $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$

3 $\frac{15a}{b+c}\cdot\frac{4(b+c)}{45a^2}=\frac{4}{3a}$ D: $b\neq -c;\ a\neq 0$

4 $\frac{2-x}{2y}:\frac{2y}{x-2}=\frac{2-x}{2y}\cdot\frac{x-2}{2y}=\frac{-x^2+4x-4}{4y^2}$ D: $y\neq 0;\ x\neq 2$

5 $\frac{5a}{14(a+b)}\cdot\frac{7(a+b)}{10b}=\frac{a}{4b}$ D: $a\neq -b;\ b\neq 0$

6 $\frac{4x-3y}{x-2y}:\frac{6y-8x}{y-2x}=\frac{4x-3y}{x-2y}\cdot\frac{y-2x}{2(3y-4x)}=\frac{-y+2x}{2(x-2y)}$ D: $x\neq 2y;\ y\neq 2x;\ 3y\neq 4x$

7 $\frac{x+y}{2x}:[2(x+y)]=\frac{x+y}{2x}\cdot\frac{1}{2(x+y)}=\frac{1}{4x}$ D: $x\neq 0;\ x\neq -y$

8 $\frac{6(u-v)}{25uv}:\frac{8(v-u)}{15uv}=\frac{6(u-v)}{25uv}\cdot\frac{15uv}{8\cdot(-1)\cdot(u-v)}=-\frac{9}{20}$ D: $u\neq 0;\ v\neq 0;\ u\neq v$

9 $\frac{95m^2+19mn}{25m^2-n^2}\cdot\frac{(5m-n)^2}{13mn}=\frac{19m(5m+n)(5m-n)^2}{(5m-n)(5m+n)\cdot 13mn}=\frac{19(5m-n)}{13n}$

D: $m\neq 0;\ n\neq 0;\ n\neq 5m;\ n\neq -5m$

10 $\frac{a^2-b^2}{x(x^2-2xy+y^2)}:\frac{a-b}{xy-y^2}=\frac{(a-b)(a+b)}{x(x-y)^2}\cdot\frac{y(x-y)}{a-b}=\frac{y(a+b)}{x(x-y)}$

D: $x\neq 0;\ x\neq y;\ a\neq b;\ y\neq 0$

11 $\frac{3x^2-27}{6x+12}:\frac{x^2-6x+9}{x^2+4x+4}=\frac{3(x-3)(x+3)}{6(x+2)}\cdot\frac{(x+2)^2}{(x-3)^2}=\frac{(x+3)(x+2)}{2(x-3)}$

$D=\mathbb{R}\setminus\{-2;3\}$

12 $(4x^2+4x+1)\cdot\frac{x^2-2x^3}{4x^2+2x}=\frac{(2x+1)^2\cdot x^2\cdot(1-2x)}{2x\cdot(2x+1)}=\frac{(2x+1)\cdot x\cdot(1-2x)}{2}$

$D=\mathbb{R}\setminus\left\{-\frac{1}{2};0\right\}$

13 $\frac{x^2-y^2}{5x}:\frac{x-y}{x+y}=\frac{(x-y)(x+y)}{5x}\cdot\frac{x+y}{x-y}=\frac{(x+y)^2}{5x}$ D: $x\neq 0;\ x\neq -y$

14 $\frac{3ab-b^2}{a^2-2ab+b^2}:\frac{b}{a-b}=\frac{b(3a-b)}{(a-b)^2}\cdot\frac{a-b}{b}=\frac{3a-b}{a-b}$ D: $a\neq b;\ b\neq 0$

15 $\frac{a^2-b^2}{9-b^2}:\frac{a^2-2ab+b^2}{9+6b+b^2}=\frac{(a-b)(a+b)}{(3-b)(3+b)}\cdot\frac{(3+b)^2}{(a-b)^2}=\frac{(a+b)(3+b)}{(3-b)(a-b)}$

D: $b\neq 3;\ b\neq -3;\ a\neq b$

**<u>Zusammengesetzte Bruchterme</u>**

<u>Aufgaben:</u>

1 $$\left(\frac{1-x^2}{1-x}-1\right):\left(2x-x\cdot\frac{1}{1-x}\right)=\left(\frac{(1-x)(1+x)}{1-x}-1\right):\left(\frac{2x(1-x)}{1-x}-\frac{x}{1-x}\right)=$$
$$x:\left(\frac{2x-2x^2-x}{1-x}\right)=x:\left(\frac{x-2x^2}{1-x}\right)=x\cdot\frac{1-x}{x(1-2x)}=\frac{1-x}{1-2x}\qquad D=\mathbb{R}\setminus\left\{0;\frac{1}{2};1\right\}$$

2 $$\left(\frac{x^2}{y}-\frac{y^2}{x}\right):\frac{x^3-y^3}{x}=\left(\frac{x^3-y^3}{xy}\right)\cdot\frac{x}{x^3-y^3}=\frac{1}{y}\qquad D: y\neq 0;\ x\neq 0;\ x^3\neq y^3$$

3 $$\frac{x^2}{4x^2-4x}\cdot\frac{2x+2}{x^2}-\frac{x^2+2x}{3x^2-3}\cdot\frac{x+1}{x}=$$
$$\frac{x^2}{4x(x-1)}\cdot\frac{2(x+1)}{x^2}-\frac{x(x+2)}{3(x-1)(x+1)}\cdot\frac{x+1}{x}=$$
$$\frac{x+1}{2x(x-1)}-\frac{x+2}{3(x-1)}\qquad HN: 6x(x-1)$$
$$\frac{(x+1)\cdot 3}{6x(x-1)}-\frac{(x+2)\cdot 2x}{6x(x-1)}=\frac{3x+3-2x^2-4x}{6x(x-1)}=\frac{-2x^2-x+3}{6x(x-1)}$$
$$D=\mathbb{R}\setminus\{-1;0;1\}$$

4 $$\left(\frac{2x-1}{2xy}-\frac{y^3+y^2}{y^3}+1\right)\cdot\frac{6x}{y}=\left(\frac{2x-1}{2xy}-1-\frac{1}{y}+1\right)\cdot\frac{6x}{y}=\left(\frac{2x-1}{2xy}-\frac{1}{y}\right)\cdot\frac{6x}{y}=$$
$$\left(\frac{2x-1}{2xy}-\frac{2x}{2xy}\right)\cdot\frac{6x}{y}=\frac{-1}{2xy}\cdot\frac{6x}{y}=\frac{-3}{y^2}\qquad D: x\neq 0;\ y\neq 0$$

5 $$\left(a-\frac{b^2}{a}\right)\cdot\frac{2ab}{a-b}=\frac{a^2-b^2}{a}\cdot\frac{2ab}{a-b}=\frac{(a-b)(a+b)}{a}\cdot\frac{2ab}{a-b}=2b(a+b)$$
$$D: a\neq 0;\ a\neq b$$

6 $$\frac{x^2-y^2}{xy}\cdot\frac{x^2+xz}{(x+y)^2}-\frac{x+z}{y}=\frac{(x-y)(x+y)}{xy}\cdot\frac{x(x+z)}{(x+y)^2}-\frac{x+z}{y}=$$
$$\frac{(x-y)(x+z)}{y(x+y)}-\frac{x+z}{y}=\frac{(x-y)(x+z)}{y(x+y)}-\frac{(x+z)(x+y)}{y(x+y)}=\frac{(x+z)[(x-y)-(x+y)]}{y(x+y)}=$$
$$\frac{(x+z)(-2y)}{y(x+y)}=\frac{-2(x+z)}{x+y}\qquad D: x\neq 0;\ y\neq 0;\ x\neq -y$$