

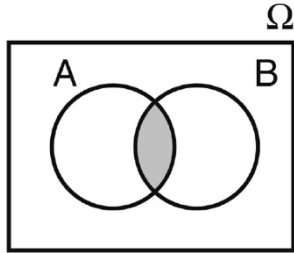
## Verknüpfen von Ereignissen

Beispiel: Werfen eines Würfels

A: „Augenzahl gerade“  $A = \{2, 4, 6\}$

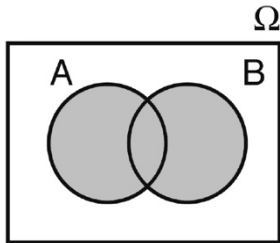
B: „Augenzahl nicht 6“  $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

1. Schnittmenge  $A \cap B$ :  $A \cap B = \{2, 4\}$



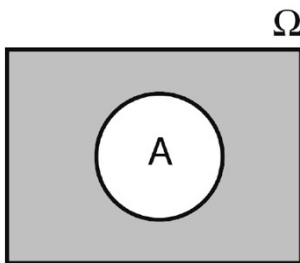
Sprechweise: „A und B sind eingetreten“  
 „sowohl A als auch B sind eingetreten“

2. Vereinigungsmenge  $A \cup B$ :  $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$



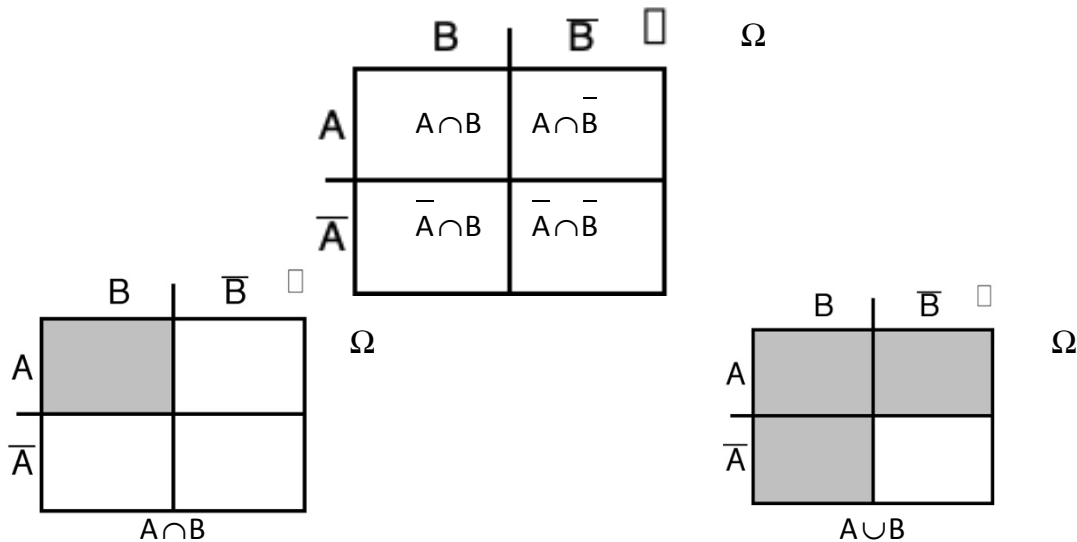
Sprechweise: „A oder B sind eingetreten“  
 „Mindestens eines der Ereignisse A, B ist eingetreten“

3. Komplementmenge  $\bar{A}$ :  $\bar{A} = \{1, 3, 5\}$



Sprechweise: „nicht das Ereignis A ist eingetreten“

Veranschaulichung der Verknüpfungen mit Hilfe einer Vierfeldertafel:



Beispiele für Verknüpfungen von zwei Ereignissen

	Venn-Diagramm	Vierfeldertafel	Umgangssprache
$A \cap \bar{B}$			<b>A und nicht B treten ein</b>
$\bar{A} \cap \bar{B}$ $= \overline{A \cup B}$ <b>Gesetze von de Morgan</b>			<b>Weder A noch B treten ein</b>  <b>Keines der beiden Ereignisse tritt ein</b>
$\bar{A} \cup \bar{B}$ $= \overline{A \cap B}$			<b>Nicht beide Ereignisse treten ein</b>  <b>Höchstens eines der Ereignisse tritt ein</b>
$(A \cap \bar{B}) \cup (B \cap \bar{A})$			<b>Genau eines der Ereignisse tritt ein</b>  <b>Entweder A oder B tritt ein</b>

Anwendung auf das Eingangsbeispiel:

1.  $A \cap \bar{B}$ : "Augenzahl ist gerade und nicht 6"      $A \cap \bar{B} = \{6\}$
2.  $\bar{A} \cap \bar{B}$ : "Augenzahl ist nicht gerade und nicht 6"      $\bar{A} \cap \bar{B} = \emptyset$
3.  $\bar{A} \cup \bar{B}$ : "Augenzahl ist nicht gerade oder nicht 6"      $\bar{A} \cup \bar{B} = \{1, 3, 5, 6\}$
4.  $(A \cap \bar{B}) \cup (B \cap \bar{A})$ : "Augenzahl ist entweder gerade oder nicht 6"  
 $(A \cap \bar{B}) \cup (B \cap \bar{A}) = \{1, 3, 5, 6\}$

Wichtige Gesetzmäßigkeiten bei der Verknüpfung von Ereignissen

1. Kommutativgesetz:      $A \cap B = B \cap A$   
                                  $A \cup B = B \cup A$
2. Assoziativgesetz:      $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$   
                                  $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$
3. Distributivgesetz:      $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$   
                                  $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
4. Gesetze für das Komplement:  $A \cap \bar{A} = \emptyset$   
    $A \cup \bar{A} = \Omega$
5.      $A \cap \emptyset = \emptyset$       $A \cup \emptyset = A$   
          $A \cap \Omega = A$       $A \cup \Omega = \Omega$

Satz:

Zwei Ereignisse A und B heißen unvereinbar, wenn  $A \cap B = \emptyset$  gilt.

Aufgabe:

Eine Urne enthält zwei rote und sechs weiße Kugeln. Es werden drei Kugeln ohne Zurücklegen gezogen.

Untersuchen Sie, ob die Ereignisse A: „es wird mindestens zweimal eine weiße Kugel gezogen“ und B: „es wird höchstens zweimal eine weiße Kugel gezogen“ unvereinbar sind.

$$\Omega = \{rrw, rwr, rww, wrr, wrw, wwr, www\}$$

$$A = \{rww, wrw, wwr, www\} \quad B = \{rrw, rwr, wrr, rww, wrw, wwr\}$$

$$A \cap B = \{rww, wrw, wwr\} \neq \emptyset$$

$\Rightarrow$  A und B sind nicht unvereinbar